

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

UMA MODELAGEM PARA ANÁLISE DINÂMICA
DE CONTADORES CC E CA

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA

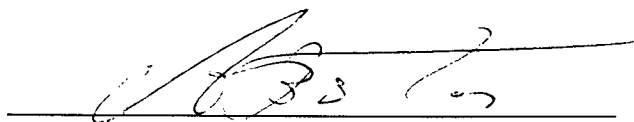
PAULO IRINEU KOLTERMANN

FLORIANÓPOLIS, DEZEMBRO DE 1990

UMA MODELAGEM PARA ANÁLISE DINÂMICA DE CONTADORES CC E CA

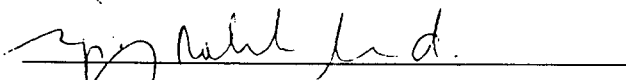
PAULO IRINEU KOLTERMANN

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA,
ESPECIALIDADE ENGENHARIA ELÉTRICA,
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO DE CONCEPÇÃO E ANÁLISE DE DISPOSITIVOS ELETROMAGNÉTICOS,
E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO.

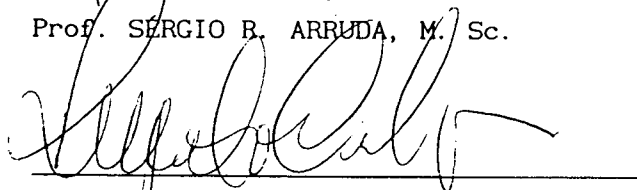


Prof. J.P. ASSUMPÇÃO BASTOS, Dr d'Etat
COORDENADOR DO CURSO - ORIENTADOR
PRESIDENTE

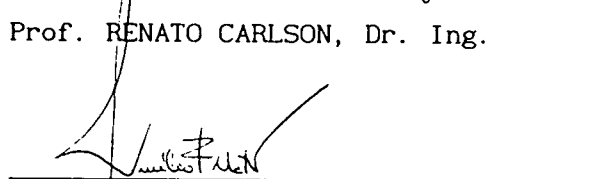
BANCA EXAMINADORA



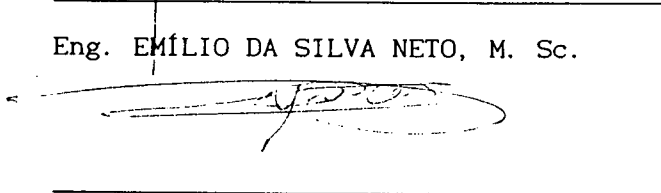
Prof. SÉRGIO B. ARRUDA, M. Sc.



Prof. RENATO CARLSON, Dr. Ing.



Eng. EMÍLIO DA SILVA NETO, M. Sc.



Prof. YVAN LEFEVRE, Dr.

À Deus

À meus Pais, Irmãos e Parentes

AGRADECIMENTOS

Ao Professor J. P. Assumpção Bastos, pela sua orientação e incentivo durante a realização deste trabalho.

Ao Professor Sérgio R. Arruda, pelas sugestões e apoio dispensados ao trabalho.

Aos Professores, Funcionários, colegas e alunos de Pós-Graduação que direta ou indiretamente colaboraram para a realização deste trabalho.

À Weg Acionamentos Ltda, pelo interesse e amparo logístico dispensado, que viabilizou a concretização deste trabalho.

À Diretoria e Funcionários da Weg Acionamentos Ltda, pelo apoio, amizade e sugestões apresentadas.

Ao Laboratório Lamep pela cooperação e recursos técnicos dispensados.

À minha irmã Tânia e meu cunhado Régio, pelo compartilhamento de todos os momentos e pela colaboração prestada.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq pela concessão de bolsa auxílio.

Aos membros da Banca Examinadora, pelas correções e sugestões dadas.

RESUMO

Este estudo apresenta uma metodologia para análise dinâmica de Contatores CC e Ca. Nestes equipamentos, partes elétricas e mecânicas estão acopladas, sendo necessário avaliar com boa precisão os parâmetros elétricos, especialmente as indutâncias. A alimentação é feita em tensão, sendo a simulação efetuada através de circuito equivalente, considerando as equações de forças mecânicas, e implementada pelo Método de Runge-Kutta de quarta-ordem. Um Software baseado no Método de Elementos Finitos é utilizado para determinação das indutâncias dos respectivos circuitos equivalentes. A comparação entre resultados teóricos e experimentais denota bom desempenho do método.

ABSTRACT

This study presents a methodology for dynamic analysis of CC and AC Contactors. In these devices, mechanical and electrical parts are coupled and it is necessary to evaluate with good precision the electrical parameters, specially the inductances. The device is voltage fed, and its simulation is done by an equivalent circuit, considering the mechanical forces equations, and carried out by a fourth-order Runge-Kutta Method. A Finite Element Software is used to determine the parameters used in an equivalent circuit. The comparison between theoretical and experimental results shows that the methodology is consistent.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1 - Origem do Trabalho.....	01
1.2 - Relevância do Trabalho.....	01
1.3 - Objeto de Estudo.....	02
1.4 - Organização do Trabalho.....	02

CAPÍTULO 2 - EQUAÇÕES DE SISTEMAS ELÉTRICOS E MECÂNICOS LINEARES

- METODOLOGIA

2.1 - Introdução.....	04
2.2 - Representação Matemática de Sistemas Elétricos - Leis Básicas.....	05
2.2.1 - Métodos de Análise.....	06
2.3 - Representação Matemática de Sistemas Translacionais Mecânicos.....	07
2.3.1 - Relações de Energia de Elementos Translacionais Mecânicos....	08
2.4 - Sistema Translacional - Leis Básicas.....	10
2.4.1 - Sistema Translacional - Método de Análise.....	11
2.5 - Equações de Estado em Sistemas Físicos.....	12
2.6 - Cálculo dos Campos Magnéticos.....	14
2.6.1 - Fluxo Disperso e Espreadimento.....	14
2.6.2 - Método de Cálculo dos Parâmetros do Circuito Equivalente....	15
2.6.3 - Cálculo das Indutâncias.....	15
2.6.4 - O Software de Cálculo de Campos Magnéticos - "EFCAD".....	16
2.6.5 - Aplicação do Software "EFCAD" para Cálculo dos Campos Magnéticos do Contator.....	17

CAPÍTULO 3 - MODELAGEM DE UM CONTATOR DE C.C. - CONCEITOS E PRINCÍPIOS

3.1 - Introdução.....	20
3.2 - Aspectos Operacionais e Construtivos.....	20
3.2.1 - Núcleo Magnético.....	22
3.2.2 - Bobina Magnética.....	24
3.2.3 - Tensão Nominal: Tensão de Atração e Repulsão.....	24
3.2.4 - Tempos de Intervenção.....	26
3.2.5 - Contatos.....	27
3.2.6 - Capacidade dos Contatos.....	28
3.2.7 - Molas.....	29

3.3 - Análise do Sistema.....	33
3.4 - Equação da Força Eletromagnética - Tensor de Maxwell.....	34
3.4.1 - Cálculo da Força Eletromagnética.....	36
3.5 - Cálculo da Força Mecânica.....	38
3.6 - Formulação da Equações de Estado / Variáveis de Estado.....	39

CAPÍTULO 4 - ASPECTOS DO DIMENSIONAMENTO DE CIRCUITO MAGNÉTICO DE C.C.

4.1 - Introdução.....	41
4.2 - Conceitos Gerais.....	41
4.3 - Equações Fundamentais.....	43
4.3.1 - Aquecimento da Bobina - Equação de Temperatura.....	45
4.3.2 - Transmissão de Calor por Convecção.....	49
4.3.3 - Transmissão de Calor por Radiação.....	50
4.3.4 - Equação da Elevação da Temperatura Final da Bobina em termos da FMM e dimensões da mesma.....	51

CAPÍTULO 5 - MODELAGEM DE UM CONTATOR DE C.A. - CONCEITOS E PRINCÍPIOS

5.1 - Introdução.....	53
5.2 - Equações Fundamentais.....	53
5.3 - Corrente de Excitação.....	57
5.3.1 - Corrente de Magnetização.....	57
5.3.2 - Corrente de Perdas.....	61
5.3.3 - Considerações sobre a Corrente de Excitação.....	64
5.3.4 - Cálculo da Corrente de Excitação, das Perdas no Núcleo e Corrente de Perdas.....	66
5.3.5 - Cálculo da Corrente de Magnetização e Potência Reativa.....	69
5.3.6 - Reatância Equivalente de Magnetização.....	70
5.4 - Efeito da Presença de um Entreferro no Circuito Magnético sobre os Parâmetros "Rp" e "Xm".....	71
5.5 - Forças Magnéticas em Circuitos CA.....	72
5.5.1 - Aspectos Gerais.....	72
5.5.2 - Natureza da Força de um Eletroímã em CA.....	73
5.5.3 - Características Gerais dos Circuitos Polifásicos CA.....	81
5.6 - Comparação entre Eletroímãs de CA e CC.....	81
5.7 - Teoria e Análise de Contatores CA.....	82
5.7.1 - Equações Fundamentais.....	84

5.7.2 - Equações da Força Instantânea de um Circuito Magnético com Anel de Curto-Circuito.....	88	
5.7.3 - Condições Ótimas para uma mínima pulsação da Força.....	90	
5.7.4 - Fatores de Influência - Parâmetros Ótimos.....	92	
5.8 - Circuito Equivalente.....	94	
5.9 - Formulação da Equações de Estado / Variáveis de Estado.....	100	
5.10 - Cálculo dos Parâmetros do Circuito Equivalente "EFCAD".....	102	
5.11 - Análise Vetorial - Regime Permanente.....	105	
CAPÍTULO 6 - ASPECTOS DO DIMENSIONAMENTO DE CIRCUITO MAGNÉTICO DE C.A.		
6.1 - Introdução.....	107	
6.2 - Equações Fundamentais.....	107	
6.3 - Cálculo da Seção do Condutor.....	112	
6.4 - Dimensionamento do Polo sob o Anel e do Anel de Curto-Circuito.....	113	
CAPÍTULO 7 - APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS		
7.1 - Considerações Gerais.....	117	
7.2 - Parâmetros de Avaliação de Desempenho.....	117	
7.3 - Apresentação dos Resultados Numéricos para o Contator CC e Comparação com Resultados Experimentais.....	118	
7.4 - Apresentação dos Resultados Numéricos para o Contator CA e Comparação com Resultados Experimentais.....	126	
CAPÍTULO 8 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....		133
CAPÍTULO 9 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....		135

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 - Origem do Trabalho

Os setores produtivos enfrentam, atualmente no Brasil, um momento muito importante, em que a competitividade rege o mercado. A sobrevivência da indústria brasileira está calçada na renovação e reestruturação de seus processos produtivos, racionalização do trabalho, busca de eficiência e uma melhor performance de seus produtos.

Para tanto, há que despertar nos meios científicos, um espírito de desafio, no sentido de fazer da pesquisa a base para a retomada do desenvolvimento, proporcionando alternativas e novas técnicas de análise, concepção e otimização de equipamentos.

Em sintonia com essa idéia, de forma a contribuir para o aumento da eficiência, teve origem esse trabalho.

1.2 - Relevância do Trabalho

Os Contatores eletromagnéticos exercem importante papel nas mais variadas instalações industriais, desempenhando funções onde sua perfeita atuação é imprescindível, e até então, poucos trabalhos tem sido realizados sobre o tema. É fundamental para se promover a confiabilidade de sua operação, um domínio da teoria sobre o equipamento e uma perfeita consciência do seu funcionamento.

O Contator pode ser caracterizado como um equipamento de manobra responsável pelo estado operacional de um circuito. Como equipamento de manobra pode operar sob correntes nominais ou com sobrecargas pré-definidas. Visto que a potência comutável de seus contatos é em geral muito mais elevada do que a necessária para a excitação da bobina, pode-se considerá-lo também como um amplificador funcionando a tudo ou nada [7].

Esses equipamentos são empregados no comando local ou a distância de máquinas de qualquer gênero. Sobretudo, são utilizados nos sistemas de comando em que a frequência de manobras estabelece regimes severos de operação. Com o acoplamento a Relés Térmicos, pode-se utilizá-los como protetores de motores.

Os Contatores de corrente alternada são mais amplamente utilizados, enquanto os Contatores de corrente contínua são recomendados para aplicação em circuitos onde os demais equipamentos de comando sejam sensíveis aos efeitos das tensões induzidas pelo campo magnético de corrente alternada (componentes CMOS, Microprocessadores, etc.), que comumente existem em circuitos que compõem, por exemplo, acionamentos de motores utilizando conversores e/ou CLPs.

1.3 - Objeto de Estudo

Este trabalho visa dar uma contribuição do ponto de vista magnético e mecânico do equipamento, constituindo-se numa etapa inicial para o desenvolvimento destes.

Portanto, em função da abrangência do assunto, propõem-se tratar os seguintes itens:

- a) O conhecimento das Leis básicas que envolvem as grandezas físicas que fazem parte do processo, bem como, métodos de análise.
- b) Apresentar uma metodologia para determinação dos parâmetros do circuito equivalente (indutâncias) em regime dinâmico de Contatores CC e CA.
- c) Desenvolver um modelo matemático de forma a avaliar o regime transitório e permanente.
- d) Abordagem sobre dimensionamento de circuitos magnéticos CC e CA.

1.4 - Organização do Trabalho

O trabalho foi dividido em 9 capítulos:

No segundo capítulo, são representadas as equações e leis básicas que envolvem os sistemas elétricos e mecânicos, a metodologia empregada para resolução das equações diferenciais, bem como a metodologia proposta para o cálculo das indutâncias dos circuitos equivalentes.

O terceiro capítulo trata da Modelagem matemática do Contator de Corrente Contínua, apresentando as características construtivas e operacionais do mesmo.

No quarto capítulo é desenvolvido um equacionamento para dimensionar um Circuito Magnético CC.

No quinto capítulo é realizado a Modelagem Matemática de um Contator CA, apresentando também os conceitos básicos dos fenômenos envolvidos. É feito

ainda um estudo sobre forças em circuitos CA e montado um circuito equivalente, do qual através de análise vetorial, em regime permanente é determinado o defasamento dos fluxos.

O sexto capítulo desenvolve também um equacionamento para dimensionar um circuito magnético CA.

No sétimo capítulo os resultados experimentais e numéricos são apresentados, sendo realizadas comparações e análises.

Finalmente, o oitavo capítulo apresenta as conclusões obtidas em decorrência do desenvolvimento e da aplicação da metodologia proposta. Além disso são apresentadas sugestões para futuros trabalhos relacionados com o tema aqui estudado.

No nono capítulo são apresentadas as referências bibliográficas utilizadas.

CAPÍTULO 2

EQUAÇÕES DE SISTEMAS ELÉTRICOS E MECÂNICOS LINEARES - METODOLOGIA

2.1 - Introdução

Sistemas físicos consistem de componentes ou elementos interconectados. O objetivo da análise de um sistema físico é determinar seu comportamento quando ele está sujeito a entradas especificadas. O primeiro passo na análise do sistema é obter um modelo matemático do sistema. Um modelo matemático não é nada mais do que um conjunto de equações matemáticas entre as entradas e saídas de um dado sistema, o que é obtido, reunindo-se de uma maneira lógica os vários componentes que compõem o sistema. Uma vez estabelecido o modelo matemático do sistema, ele pode ser resolvido para a saída do sistema por técnicas analíticas e/ou com a ajuda de computadores.

Os estudos dos princípios de conversão eletromecânica de energia e o desenvolvimento de modelos de transdutores com parâmetros concentrados requerem um conhecimento das relações de entrada e saída, as quais existem nos três blocos mostrados na figura 2.1.

Para tanto, é necessário abordar os métodos de análise para cada bloco constituinte, antes de desenvolver o estudo do Contator como um todo.



Fig. 2.1 - Diagrama Elementar de Sistemas Eletromecânicos

2.2 - Representação Matemática de Sistemas Elétricos - Leis Básicas

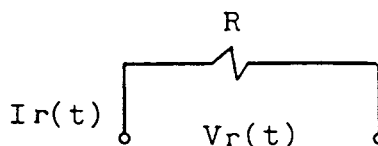
ELEMENTOS- Os elementos em um sistema elétrico podem ser ativos ou passivos. Resistores, Indutores e Capacitores são elementos passivos, e tensões e fontes de corrente são chamados elementos ativos [1].

a) Resistência (Lei de Ohm)

Este é um elemento no qual a razão da tensão e corrente é uma constante e na qual a energia é dissipada como calor. A relação entre tensão-corrente é dada por:

$$V_r(t) = R \cdot I_r(t)$$

$$I_r(t) = G \cdot V_r(t)$$



onde R , é a constante de proporcionalidade chamada Resistência. Se $V_r(t)$ está em volts e $I_r(t)$ está em ampéres, então R é dada em Ohms. A condutância G é dada em Mhos ($G=1/R$). A potência dissipada em R é:

$$P_r(t) = I_r^2(t) \cdot R$$

$$P_r(t) = V_r^2(t) \cdot G$$

b) Indutância (Lei de Faraday)

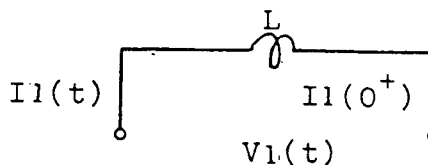
Uma força eletromotriz (Fem) é induzida em um meio quando o fluxo magnético associado com o meio é variável. Se o meio é um condutor de eletricidade e forma um caminho fechado, uma corrente flui devido a tensão induzida. A magnitude dessa Fem induzida é proporcional à taxa de variação do fluxo concatenado.

As relações de corrente-tensão são:

$$V_l(t) = L \cdot dI_l(t)/dt \quad \text{ou}$$

$$I_l(t) = 1/L \int V_l(t) dt \quad \text{ou}$$

$$I_l(t) = 1/L \int V_l(t) dt + I_l(0^+)$$



$$W = \int_0^t p \cdot dt \quad , \quad e = d\phi/dt \quad , \quad L = \phi/i \quad , \quad P = e \cdot i = i \cdot d\phi/dt$$

$$W = \int i d\phi = \int i \cdot d(L \cdot i) = 1/2 \cdot L \cdot i^2 = 1/2 \cdot (L \cdot i) \cdot i = 1/2 \cdot \phi \cdot i$$

c) Capacitância (Lei de Coulomb)

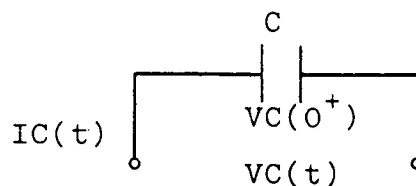
As relações corrente-tensão para a capacitância "C" são obtidas do fato que a carga armazenada é proporcional à tensão aplicada no capacitor e que a corrente no capacitor é a taxa de tempo no qual a carga transportada passa por ele,

$$Q = C \cdot V_c(t) \quad \text{e} \quad I_c(t) = dQ/dt$$

$$I_c(t) = C \cdot dV_c(t)/dt$$

$$V_c(t) = 1/C \int I_c(t) dt$$

$$V_c(t) = 1/C \int I_c(t) + V_c(0^+)$$



$$W = \int V \cdot dq = \int V \cdot d(C \cdot V) = C \int_0^V V \cdot dV = C \cdot V^2/2 = q^2/2C$$

onde se vê que a cada valor de tensão e carga corresponde um valor de energia. Observa-se a analogia mecânica onde a cada valor de velocidade corresponde um valor de energia cinética.

LEIS BÁSICAS - Duas leis básicas são usadas na análise de sistemas elétricos, que são as leis de Tensão e Corrente de Kirchoff. . A lei de tensão estabelece: " A soma algébrica das quedas de tensão em torno de um laço fechado em um circuito elétrico é zero ". A lei de Corrente estabelece: " A soma algébrica das correntes fluindo em direção a um nó de um circuito elétrico é zero ".

2.2.1 - Métodos de Análise

Os métodos de análise comumente empregados na análise de circuitos elétricos são:

- Análise de malha baseada na lei de tensão de Kirchoff.
- Análise de nós baseada na lei de corrente de Kirchoff.
- Método baseado nas leis de Kirchoff, que tem se tornado muito conhecido entre engenheiros de Sistemas de Controle . Este método usa o conceito

de "Estado" de um sistema. As variáveis de estado usadas nas equações dinâmicas são geralmente aquelas associadas com os elementos armazenadores de energia no sistema (Massa, Mola) [1].

Particularmente em nosso estudo, este será o método adotado para análise dinâmica do dispositivo eletromecânico em pauta (Contator). O assunto será abordado no item 2.5.

2.3 - Representação Matemática de Sistemas Translacionais Mecânicos

ELEMENTOS - Os elementos ativos são a Força e a Velocidade. Os elementos passivos são a Massa, Mola e Amortecedores. Estes elementos representam inércia, elasticidade e fricção respectivamente. A representação simbólica desses elementos e seu modelo matemático são mostrados abaixo [1].

a) Massa

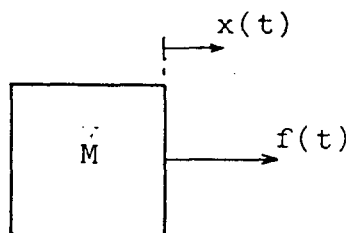
A Massa "M" é o elemento inercial. A força aplicada para a Massa causa a aceleração da mesma na direção da força aplicada. A aceleração é tomada como sendo proporcional à força aplicada.

Pela 2ª Lei de Movimento de Newton, tem-se:

Força = Massa x Aceleração

$$f(t) = M \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$v(t) = dx/dt = 1/M \cdot f(t)dt$$



A Massa da Mola é assumida a permanecer constante, e o sistema de coordenadas no qual é medido o deslocamento, velocidade e aceleração, é considerado fixo. A Massa "M" armazena Energia Cinética.

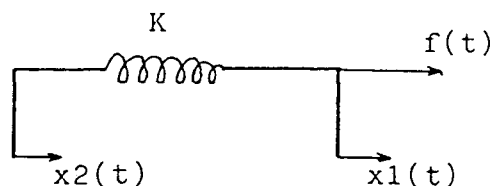
b) Mola Linear

A representação simbólica de uma mola é mostrada abaixo. Os termos $x_1(t)$ e $x_2(t)$ são os deslocamentos das extremidades da mola de sua posição inicial. Os deslocamentos são medidos na direção da força externa $f(t)$. Se $x_1 - x_2$ é positivo, isto significa que a mola experimenta uma elongação, e se for

negativo significa uma compressão. A elongação ou compressão é considerado como sendo proporcional à força aplicada.

$$f(t) = K \cdot (x_1 - x_2) \text{ ou}$$

$$v_1(t) - v_2(t) = 1/K \cdot df/dt$$



"K" é a constante de proporcionalidade, " $v_1(t) - v_2(t)$ " a velocidade. A linearidade da mola é considerada válida somente para pequenas faixas de deslocamentos. O fator K é chamado elasticidade da mola. O recíproco de K é chamado de Compliância. A Mola cuja K é constante é chamada uma Mola Hookeana, porque segue a Lei de Hooke. Uma Mola armazena Energia Potencial.

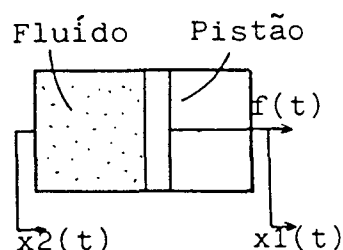
c) Amortecedor (Elemento de Fricção Linear ou Viscoso)

Corpos em movimento experimentam resistência de fricção ao movimento em diversas formas. Esta força de fricção é dada a variar linearmente com a velocidade relativa do corpo em movimento. Tal fricção é chamada viscosa ou linear, embora nem sempre seja possível reconhecer fisicamente um elemento causando força de fricção, é usual representar a existência dessa força por um Amortecedor. Em sua forma mais simples, um amortecedor consiste de um cilindro contendo fluido viscoso.

$$f(t) = B \cdot (dx_1/dt - dx_2/dt) \quad \text{ou}$$

$$f(t) = B \cdot (v_1(t) - v_2(t)) \quad \text{ou}$$

$$v_1(t) - v_2(t) = 1/B \cdot f(t)$$



Onde x_1 e x_2 são os deslocamentos do Pistão e cilindro, de suas posições iniciais. Os deslocamentos são medidos na direção da força aplicada. A constante de proporcionalidade "B" é chamada coeficiente de atrito viscoso ou coeficiente de amortecimento.

2.3.1 - Relações de Energia de Elementos Translacionais Mecânicos

a) Massa (M)

A energia cinética de uma massa em movimento é dada pela expressão [1]:

$$W_c = \int_0^x f \cdot dx \quad \text{e} \quad f(t) = M \cdot d^2x/dt^2$$

Substituindo "f" e representando "x" por uma variável fictícia "λ" para evitar confusão entre a variação de integração e o limite "x", obtém-se:

$$W_c = \int_0^x M \cdot \frac{d^2\lambda}{dt^2} \cdot d\lambda = \int_0^x M \cdot \frac{d^2\lambda}{dt^2} \cdot \frac{d\lambda}{dt} \cdot dt = \frac{1}{2} \cdot M \cdot \left(\frac{dx}{dt} \right)^2$$

Esta energia cinética é armazenada pela Massa. A unidade de energia é Joule (Mks).

b) Mola Linear (K)

Uma Mola Linear armazena energia potencial quando é comprimida por uma distância "x" de seu comprimento normal. Esta energia é dada por:

$$W_p = \int_0^x f \cdot dx \quad \text{e} \quad f(t) = K (x_1 - x_2)$$

Substituindo por "f" e notando que $(x_1 - x_2) = x$, obtém-se:

$$W_p = \int_0^x K \cdot \lambda d\lambda = 1/2 \cdot K \cdot x^2$$

c) Atrito Viscoso (B)

Em contraste com a Massa (M) e a Mola (K), o Atrito Viscoso causa dissipação de energia na forma de calor. Esta energia é dada por:

$$W_B = \int_0^x f \cdot dx \quad \text{e} \quad f(t) = B \cdot (dx_1/dt - dx_2/dt)$$

Substituindo por "f" e notando que $(x_1 - x_2) = x$, obtém-se:

$$W_B = \int_0^x B \cdot \frac{d\lambda}{dt} \cdot d\lambda = \int_0^t B \cdot \frac{d\lambda}{dt} \cdot \frac{d\lambda}{dt} \cdot dt$$

$$W_B = \int_0^t B \cdot (d\lambda/dt)^2 dt = \int_0^t B \cdot (dx/dt)^2 \cdot dt$$

onde "t" é o tempo tomado pelo pistão do amortecedor para movimentar-se através de uma distância "x" de sua posição inicial.

A integral acima pode ser aceita somente se nós conhecermos dx/dt como uma função do tempo. Portanto, desde que a potência é energia por segundo pode-se escrever:

$$W_B = \int_0^t P_B dt$$

onde "P_B" é a potência dissipada no amortecedor. Pode-se ainda escrever:

$$P_B = B \cdot (dx/dt)^2$$

2.4 - Sistema Translacional - Leis Básicas

As equações dinâmicas e modelo matemático dos sistemas mecânicos podem ser deduzidos com a ajuda da segunda Lei de Newton de Movimento. A mesma foi estabelecida anteriormente [1].

Um sistema mecânico translacional é uma combinação dos elementos descritos anteriormente. Uma Massa (M) em tais sistemas está sujeito a várias forças. Estas forças podem ser classificadas como forças restritivas e forças cinéticas.

A segunda Lei de Newton pode ser estabelecida como segue: " Se forças diversas (forças cinéticas) agem em um corpo rígido, o corpo é acelerado na direção da resultante dessas forças, e a magnitude da aceleração é também proporcional à resultante dessas forças. A constante de proporcionalidade é a Massa do corpo " [1].

Para um corpo possuindo um grau de liberdade, ou seja, para um corpo o qual a posição pode ser representado por uma simples variável no sistema, o estado pode ser expresso pela equação:

$$M \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} = \sum_{i=1}^N f_i(t)$$

Agindo na direção "x", onde "M" é a Massa do corpo, "x" é o deslocamento do corpo e "N" é o número de forças agindo no corpo.

A equação acima é frequentemente escrita na forma :

$$\sum_{i=1}^N f_i(t) - M \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} = 0$$

2.4.1 - Sistema Translacional - Método de Análise

O procedimento para se obter o modelo matemático de um sistema translacional consiste dos seguintes passos [1]:

1) A origem do sistema de coordenadas, das quais os deslocamentos são medidos é localizada no início da posição de equilíbrio estático assumido pela massa ou massas sobre a ação da gravidade, de modo que, a força gravitacional não apareça nas equações dinâmicas.

2) Uma variável deslocamento é associada com cada massa. Isto é feito mesmo se o sistema não está sujeito a qualquer força externa.

3) Um diagrama de corpo livre, um para cada massa é desenhado indicando todas as forças cinéticas agindo na massa.

4) A segunda Lei de Newton é aplicada a cada massa, usando a convenção que qualquer força agindo na direção do deslocamento é positiva.

Para ilustrar o método de análise, tem-se o seguinte sistema:

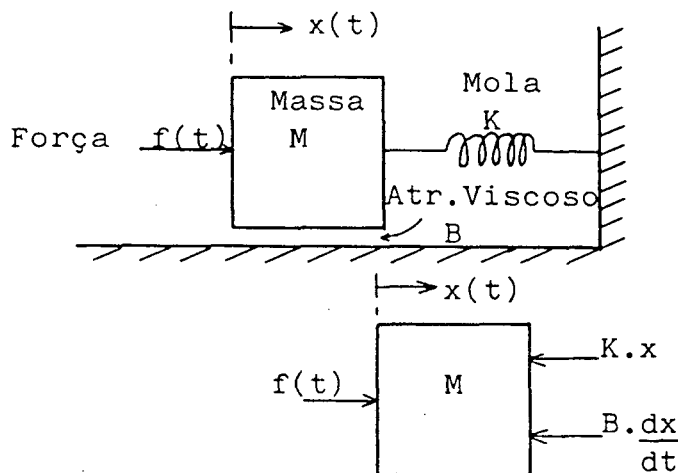


Fig. 2.2

Pela 2ª Lei de Newton , tem-se:

$$M \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} = \sum_{i=1}^N F_i(t)$$

$$M \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} = f(t) - K \cdot x - B \cdot \frac{dx}{dt}$$

onde x = Deslocamento (m)
 M = Massa (Kg)
 $f(t)$ = Força Eletromagnética (N)
 $K \cdot x$ = Força Mecânica (N)
 B = Coeficiente de Amortecimento
 dx/dt = Velocidade da Massa (m/s)

2.5 - Equações de Estado em Sistemas Físicos

O Estado pode ser caracterizado por um conjunto de variáveis, que foram denominadas x_1, x_2, \dots, x_n , e cujo elemento genérico é " x_i ". Por sua vez, a relação entre essas variáveis, suas derivadas, e as entradas e saídas do sistema, constituem as Equações de Estado [2].

Todo sistema físico possui um número muito elevado de características que o determinam totalmente. Poucas delas são de interesse em uma dada aplicação ou uso do sistema. Somente estas características são colocadas em forma de modelo matemático, e neste tratamento que se desenvolve, elas permitem definir um Estado. Por exemplo, em um circuito elétrico passivo, cita-se as energias eletrostáticas e magnetostáticas armazenadas nos capacitores e indutores.

Definição (estrita) de Estado: " O Estado de um sistema dinâmico é o menor conjunto de números que devem ser especificadas no instante $t=t_0$ para poder prever univocamente o comportamento do sistema, qualquer que seja $t \geq 0$ para qualquer entrada definida para $t \geq 0$ ".

O primeiro passo do enfoque por Variáveis de Estado seria chegar de um sistema físico concreto à sua descrição por equações diferenciais. O passo seguinte consiste em transformar as equações citadas em um sistema de equações diferenciais de primeira ordem.

Seja então uma equação diferencial ordinária, por exemplo, a de terceira ordem:

$$d^3y/dt^3 + a_2.d^2y/dt^2 + a_1.dy/dt + a_0.y = b_0.u \quad 2.1$$

Em um sistema fisico $y(t)$ e $u(t)$ são funções ordinárias de "t", indicativas de sua saída e entrada, respectivamente.

Para simplificar a notação, na sequência indica-se as derivadas em relação a "t" com pontos sobre a variável que se deriva. Assim:

$$dy/dt = \dot{y} \quad , \quad d^2y/dt^2 = \ddot{y} \quad , \quad d^3y/dt^3 = \dddot{y}$$

Para reduzir (2.1) a um sistema de equações de primeira ordem, podem-se escolher variáveis $x_1(t)$ de acordo com a seguinte convenção:

$$x_1 = y \quad 2.2$$

$$x_2 = \dot{x}_1 \quad 2.3$$

$$x_3 = \dot{x}_2 \quad 2.4$$

Explicitando agora em (2.1) a derivada de ordem superior:

$$\dddot{y} = -a_2.\ddot{y} - a_1.\dot{y} - a_0.y + b_0.u \quad 2.5$$

Mas pelo sistema (2.2) a (2.4):

$$\dot{y} = \dot{x}_1 = x_2 \quad , \quad \ddot{y} = \dot{x}_2 = \dot{x}_3 = x_3 \quad , \quad \dddot{y} = \ddot{x}_3 = \dot{x}_4 = x_4 \quad 2.6$$

Substituindo em (2.5)

$$\dot{x}_3 = -a_2.x_3 - a_1.x_2 - a_0.x_1 + b_0.u$$

As equações (2.2) a (2.4) e (2.6) contém a mesma informação que (2.1) e substituem-na. Costuma-se escrevê-las em uma forma padronizada, assim:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = -a_0.x_1 - a_1.x_2 - a_2.x_3 + b_0.u \end{cases} \quad 2.7$$

$$\begin{cases} y = x_1 \end{cases} \quad 2.8$$

Separa-se as equações resultantes em dois grupos: o primeiro (2.7) substitui a equação de terceira ordem (2.1) por três equações de primeira ordem, tendo sido preciso para isto introduzir três variáveis x_i ($i=1,2,3$); A segunda expressa a saída em função dessas variáveis .

As "n" variáveis " $x_i(t)$ " denominam-se " Variáveis de Estado ", e os sistemas de equações (2.7) e (2.8) denominam-se " Equações de Estado " e de saída, respectivamente.

Nas equações de estado não é permitido no segundo membro nenhuma classe de derivadas.

A saída pode ou não coincidir com alguma variável de estado; em circuitos complicados as saídas podem ser função de várias variáveis de estado.

O Método de Runge-Kutta de 4ª Ordem será adotado para resolução das equações de estado obtidas (Método de resolução de equações diferenciais).

2.6 - Cálculo do Campo Magnético

2.6.1 - Fluxo Disperso e Espraçamento.

O cálculo matemático preciso da permeância dos caminhos de fluxos através do ar, exceto em casos especiais, é bastante complexo . Isto porque o fluxo usualmente não se confina em um particular caminho o qual tem uma simples lei matemática [3].

Quando se intercala um entreferro em um circuito magnético, o fluxo se espalha em torno do entreferro e a indução magnética se distribue de forma não uniforme. O fluxo que permeia as bordas do entreferro é dito "Espraçamento". Devido a esta dispersão do fluxo, a relutância aparente do entreferro não é a do espaço de ar de iguais dimensões que o entreferro.

Como a permeabilidade do ferro é centenas de vezes maior que a do ar, a relutância de um entreferro, embora sendo curto, será grande em relação a da parte do ferro do circuito magnético. Portanto, entre as partes do núcleo não imediatamente adjacentes ao entreferro poderão existir diferenças de potencial relativamente grandes. Estas diferenças de potencial magnético criam um fluxo no ar entre essas partes do núcleo, ao que se dá o nome de "Fluxo Disperso", que frequentemente tem um valor apreciável e origina um aumento considerável da indução em certas partes do núcleo.

2.6.2 - Método de Cálculo dos Parâmetros do Circuito Equivalente

Procurou-se desenvolver uma metodologia de estudo com o propósito de propiciar uma ferramenta para análise dinâmica de circuitos magnéticos. Desenvolveu-se um modelo elétrico equivalente para os equipamentos baseado em estudos teóricos. Não se adotou, para o cálculo das grandezas dos parâmetros (indutâncias), um método de resolução totalmente analítico, pois o equacionamento do Contator do ponto de vista eletromagnético é complexo. A solução adotada, foi calcular a variação das indutâncias para uma dada estrutura de um Contator, através do emprego de um Software de cálculo de campos elétricos e magnéticos "EFCAD", desenvolvido pelo grupo de "Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos - GRUCAD".

De posse do modelo equivalente formulado, obteve-se através do EFCAD, os fluxos nas regiões específicas, medidos para diversas posições da parte móvel. Um programa de ajustamento de curvas pelo método dos Mínimos Quadrados [14], segundo o qual a curva a ser adotada deve ser aquela que torna mínima a soma dos quadrados das distâncias da curva aos pontos experimentais, estabelece uma equação que reproduz o comportamento desse fluxo em função do deslocamento, permitindo que se obtenha as indutâncias no regime dinâmico de forma mais precisa.

2.6.3 - Cálculo das Indutâncias

A obtenção de uma expressão analítica que relacione a variação das indutâncias com o deslocamento, é muito complexa, sugerindo o emprego de modernas técnicas numéricas (método de elementos finitos) para o cálculo das grandezas físicas de interesse.

Consegue-se obter com auxílio computacional, ótimos resultados no cálculo de campos magnéticos, determinando fluxos, indutâncias, potencial magnético, forças, além de fornecer com extrema facilidade a distribuição dessas grandezas graficamente.

Utilizou-se neste trabalho, como meio de cálculo das indutâncias, fluxos e densidades de fluxo magnético, o Software "EFCAD".

2.6.4 - O Software de Cálculo de Campos Magnéticos "EFCAD"

O Software para Cálculo de Campos Magnéticos "EFCAD" é composto pelo agrupamento de um conjunto de subprogramas baseados em procedimentos numéricos (método de elementos finitos), constituindo-se uma ferramenta valiosa para cálculo de campos eletromagnéticos criado por fontes impostas, podendo ser estudado casos estáticos ou temporais.

A equação principal para o método de elementos finitos é:

$$\text{Rot } \nu \text{ Rot } \bar{A} = \bar{J}$$

Onde \bar{A} é o potencial vetor, \bar{J} é a corrente externa e ν é a relutividade [4], [5], [6].

Este Software é capaz de tratar os problemas bidirecionais (sistemas planos e sistemas de revolução) levando em conta inclusive a saturação dos materiais ferromagnéticos.

Após a resolução do sistema de equações que compõem o problema, o resultado pode ser explorado de diferentes maneiras [4]:

- por cálculo e traçado de equipotenciais e das linhas de fluxo, permitindo uma visualização destas grandezas sobre a estrutura magnética de entrada (topografia do campo).
- por cálculo de grandezas físicas como: indutâncias, densidade de fluxo, força, etc.

A utilização do Software, não exige que o utilizador seja um especialista em eletromagnetismo, exigindo apenas que duas etapas iniciais sejam bem definidas, quais sejam: a definição do problema e a escolha da malha de discretização.

Na definição do problema, escolhe-se a melhor forma de representá-lo, seja em termos de escolha do sistema de coordenadas usado, das condições de contorno do domínio de estudo e da representação das fontes do campo e meios magnéticos.

Quanto ao sistema de coordenadas usado para a representação da estrutura magnética o EFCAD permite que sejam usadas coordenadas cartesianas (x,y) e coordenadas polares (R, ϕ) para estruturas invariantes por translação no eixo Z.

As condições de contorno aplicáveis ao domínio de estudo podem ser:

- Condição de Dirichlet, onde o potencial magnético é dado sobre as fronteiras do domínio de estudo.

- Condição de Neumann, onde a derivada normal do potencial é nula sobre as fronteiras.

- Condição de antiperiodicidade, onde o potencial sobre uma fronteira é igual (ou de sinal contrário) ao potencial da fronteira oposta.

As fontes de campo podem ser:

- Ímãs permanentes
- Correntes nos enrolamentos
- Potenciais impostos

Os meios magnéticos são diferenciados pelo valor de sua permeabilidade. A malha deve, no mínimo separar os meios de permeabilidades diferentes. Uma melhoria na precisão dos resultados dos cálculos das grandezas físicas e traçagem gráfica implica em empregar um reticulado mais complexo (refinamento).

Pode-se assim, avaliar a potencialidade do Software "EFCAD" em cálculos de campos em estruturas magnéticas aliada a extrema facilidade de uso, fatores que recomendam sua utilização atualmente para a resolução destes tipos de problemas.

2.6.5 - Aplicação do "EFCAD" no cálculo dos Campos Magnéticos do Contator

Utilizou-se os recursos do "EFCAD" para cálculo dos campos magnéticos tanto para o Contator de Corrente Contínua como para o de Corrente Alternada. Foram tomados protótipos comerciais dos equipamentos de forma que as grandezas e resultados sejam mais reais (valores de correntes, espiras, núcleo, etc).

A definição adotada para o problema, está descrita a seguir, sendo válida para todos os cálculos realizados neste trabalho.

Utilizou-se a simetria do circuito magnético, para simplificar a representação e resolução destes no programa, representando assim, somente a metade do corte transversal central no Contator. A fonte é dada em corrente e considerado regime estático. O sistema de coordenadas utilizado foi o cartesiano e as condições de contorno, do tipo Dirichlet, onde o potencial magnético é nulo em todas as fronteiras.

Uma vez traçadas as linhas que definem a geometria da estrutura, efetua-se o cálculo para diversas posições da parte móvel do núcleo, da posição aberta à fechada.

Para o Contator CA, o cálculo das grandezas físicas, fluxo magnético e indutâncias em função da posição do núcleo foi feito de 3 modos diferentes, obtendo-se informações complementares, que são:

- cálculo das grandezas físicas para a bobina 1, devido a excitação da bobina 1, obtendo-se os valores de fluxo e indutância própria.
- cálculo das grandezas físicas para a bobina 1, devido a excitação da bobina 2 (anel de curto-circuito), obtendo-se os valores de fluxo e indutâncias mútuas.
- cálculo das grandezas físicas para a bobina 2, devido a excitação da bobina 2, obtendo-se os valores de fluxo e indutância própria.

A partir das grandezas calculadas para as indutâncias próprias e mútuas, verificou-se que o comportamento das mesmas em função do deslocamento se ajustam a uma curva do tipo potência, ou ainda, as grandezas crescem a partir do deslocamento do núcleo móvel na direção do fechamento, caracterizando o aumento do coeficiente de auto-indução da bobina. A indutância mútua se comporta da mesma maneira, aumentando o coeficiente de acoplamento entre a bobina e o anel de curto-circuito.

A máxima densidade de fluxo encontrada no protótipo denota que o mesmo não está operando saturado, ou seja, opera abaixo do joelho da curva de saturação do material magnético.

Como demonstração, obteve-se através dos recursos gráficos do "EFCAD" a distribuição de fluxos para o protótipo do contator CA, correspondente a algumas posições de deslocamento da parte móvel ($x_{max}=5.1$ mm a $x_{min}=0.15$ mm), conforme figura 2.2.

Em função da simetria transversal do Contator, as distribuições de fluxo para a posição do núcleo no lado esquerdo podem ser tomadas, como sendo a imagem virtual das distribuições calculadas para a posição direita do núcleo.

A visualização nas figuras, permite verificar a influência do fluxo devido ao campo gerado pela bobina principal sobre o anel de curto-circuito, caracterizando o fenômeno da indutância mútua, que é máxima na posição fechada.

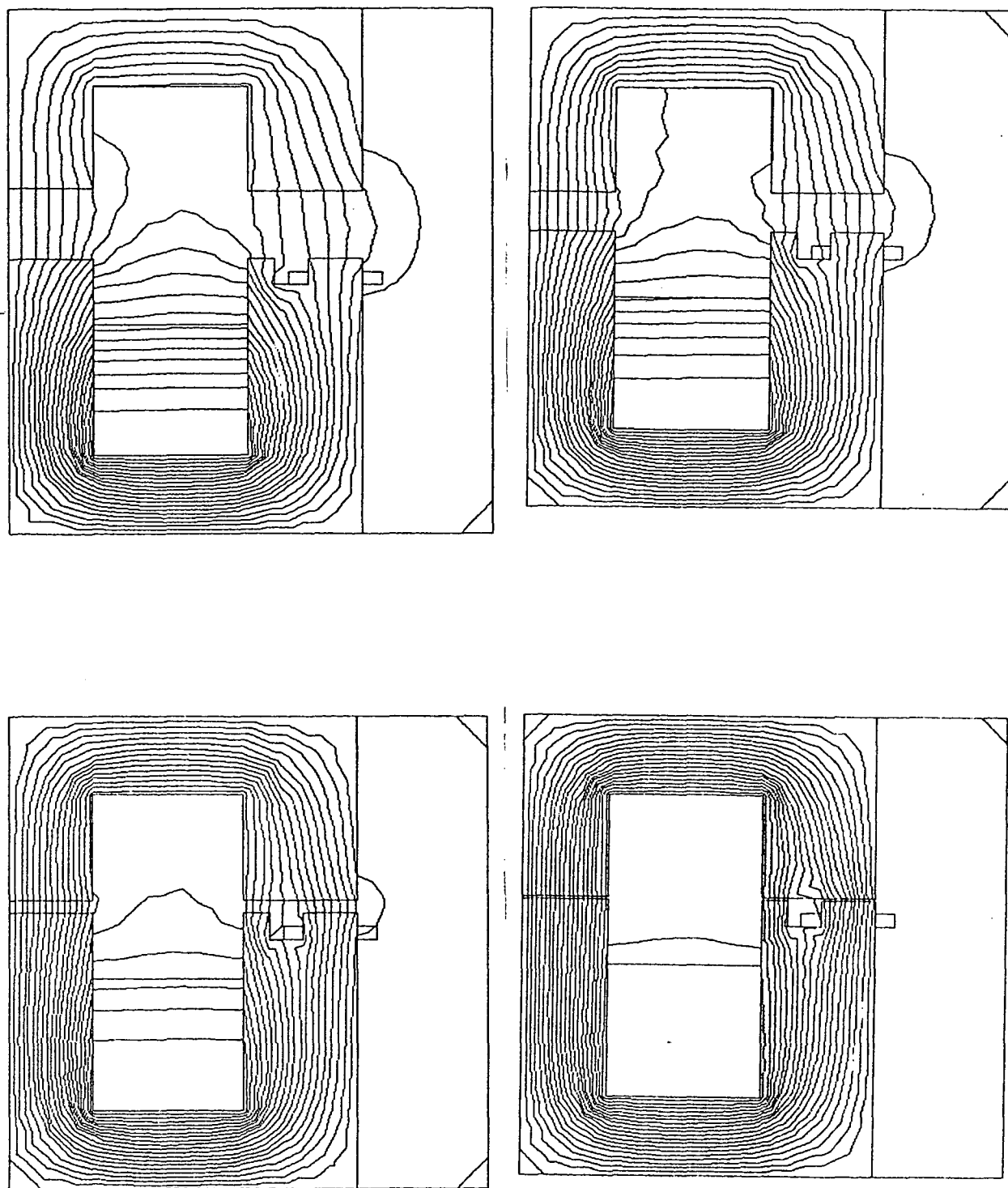


Fig.2.3 - Mapas de Fluxo Magnético Contator CA

CAPÍTULO 3

MODELAGEM DE UM CONTATOR DE CORRENTE CONTINUA - CONCEITOS E PRINCÍPIOS

3.1- Introdução

Sistemas práticos envolvem partes elétricas e mecânicas, e a energia transferida de uma parte para a outra é usualmente alcançada com a ajuda de um campo magnético o qual age como um acoplamento entre as duas partes. Os parâmetros da parte elétrica podem ser afetados pela variação nas variáveis da parte mecânica. Isso faz com que a análise de tais sistemas seja complexa. Na maioria dos casos, equações diferenciais de tais sistemas eletromecânicos contém produtos de variáveis dependentes e suas derivadas. A solução destas equações diferenciais é geralmente difícil. Uma solução analítica é possível somente em alguns poucos casos. Na maioria deles, soluções numéricas por computadores são adotadas.

Para análise dinâmica do Contator C.C. será adotado o Método de Runge-Kutta de quarta-ordem, que é o método de integração numérica de equações diferenciais que apresenta melhor exatidão (utiliza a Série de Taylor até os termos de quarta ordem).

3.2- Aspectos Operacionais e Construtivos

Pode-se considerar que o Contator é composto essencialmente de quatro partes:

- a) Núcleo
- b) Bobina
- c) Contatos
- d) Molas

A figura 3.1 esquematiza a forma construtiva e seus principais componentes:

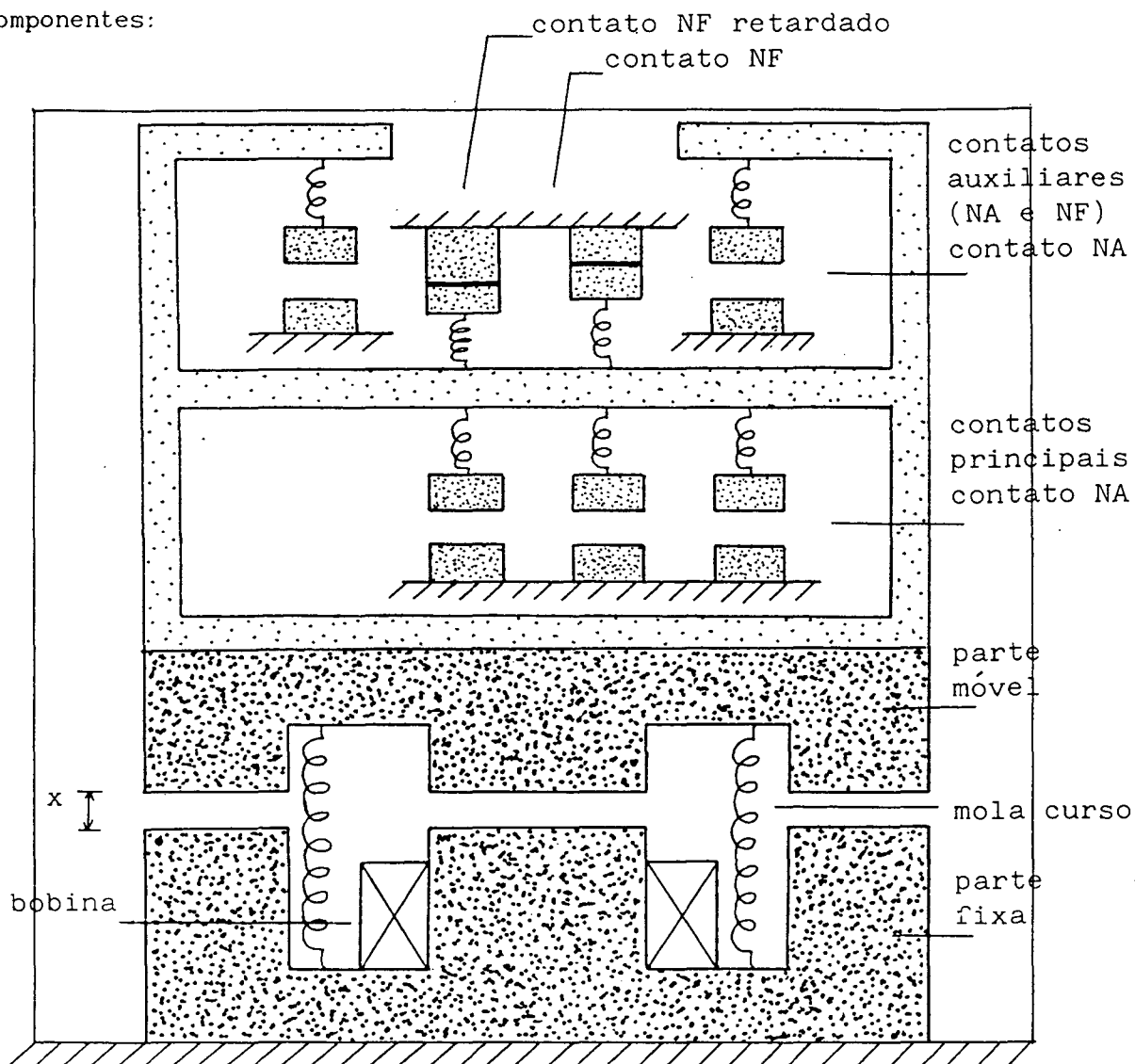


Figura 3.1

Variáveis Mecânicas envolvidas :

X = Deslocamento do Núcleo Móvel
 F_c = Força Mola de Curso
 K_c = Coef. Elast. Mola Curso
 X_{oc} = Pré-Compressão Mola Curso
 F_a = Força Mola Contato NA
 K_{na} = Coef. Elast. Mola Contato NA
 X_{ona} = Pré-Compressão Mola Contato NA
 X_{cna} = Curso Mola Contato NA

F_f = Força Mola Contato NF
 K_{nf} = Coef. Elast. Mola Contato NF
 X_{onf} = Pré-Compressão Mola Cont. NF
 X_{cnf} = Curso Mola Contato NF
 F_p = Força Mola Contato Principal
 K_p = Coef. Elast. Mola Cont. Principal
 X_{op} = Pré-Compressão Mola Cont. Princ
 X_{cp} = Curso Mola Contato Principal

3.2.1 - Núcleo Magnético

Como se vê, o núcleo compreende uma parte fixa e uma parte móvel (cabeçote); na parte fixa é enrolada a bobina; produzido por esta última, circula no circuito magnético um fluxo que provoca a atração da parte móvel. Esta aciona o movimento de fechamento ou abertura dos contatos. Cortando a excitação da bobina, as molas de curso levam o Contator à posição de repouso.

No que se refere ao material empregado no núcleo, é importante que ele tenha, além de um elevado valor de permeabilidade magnética, um valor de magnetismo residual o mais reduzido possível, a fim de evitar que o Contator fique atraído, assim que a bobina é desexcitada.

O núcleo pode ser de forma maciça, pois sendo a corrente constante, o fluxo magnético também o será. Com isto, não haverá força eletromotriz induzida no núcleo e, portanto, não existirá circulação de correntes parasitas (Foucault), não havendo assim, necessidade do núcleo ser laminado.

- Materiais Magnéticos e Curvas de Magnetização

O campo magnético (H) é definido como a relação entre a força magnetomotriz (NI) e o comprimento do entreferro (l), daí tem-se [7]:

$$H = F_{mm}/l = N \cdot I / l \quad (\text{A/m})$$

A indução magnética "B" é definida como a relação entre o fluxo (ϕ) e a área (S), daí tem-se:

$$B = \phi / S \quad (\text{Weber/m}^2)$$

A permeabilidade magnética " μ " é definida pela relação entre a indução magnética (B) e o campo magnético (H):

$$\mu = B/H \quad \text{onde} \quad \mu_r = \mu/\mu_0 \quad \text{é a permeabilidade relativa}$$

Enquanto no vácuo e nos materiais não magnéticos a permeabilidade permanece constante ao variar o campo magnético "H", nos materiais magnéticos isso não ocorre. Na prática, " μ " fica aproximadamente constante até que "B" atinja uma determinada região em que se inicia a saturação, após atingida a

saturação, "B" não aumenta mais com o aumento de "H", e isso corresponde a uma diminuição da " μ " média.

A passagem da zona linear à zona de saturação é em geral, gradual e varia conforme o material empregado; também o valor da indução "B" correspondente a saturação varia conforme os materiais, de 1 a 2 Wb/m².

Em linhas gerais, pode-se considerar quatro categorias de materiais magnéticos:

1) Aços Normais: permeabilidade relativamente baixa, passagem gradual à zona de saturação e saturação em torno de 1.5 Wb/m².

2) Chapas Magnéticas de Fe-Si :permeabilidade um pouco maior, joelho da curva mais acentuado, saturação em torno de 1.5 Wb/m².

3) Chapas Magnéticas de Fe-Si de Grãos Orientados: são chapas que, graças a um processo particular de acabamento, apresentam melhores características magnéticas no sentido da laminação. Com relação a chapas normais apresentam uma permeabilidade mais elevada; a característica tem um joelho mais nítido e a saturação está entre 1.8 e 2 Wb/m².

4) Ligas Magnéticas Especiais: são ligas de ferro com diversos materiais, que são de nomes diversos, conforme o produtor (permalloy, Mumetall, etc.). Tem uma permeabilidade elevadíssima, mas atingem a saturação em torno de 1 Wb/m² de modo muito claro (característica quase retangular).

A título indicativo a figura 3.2 apresenta as curvas de magnetização para os quatro tipos de materiais acima referidos.

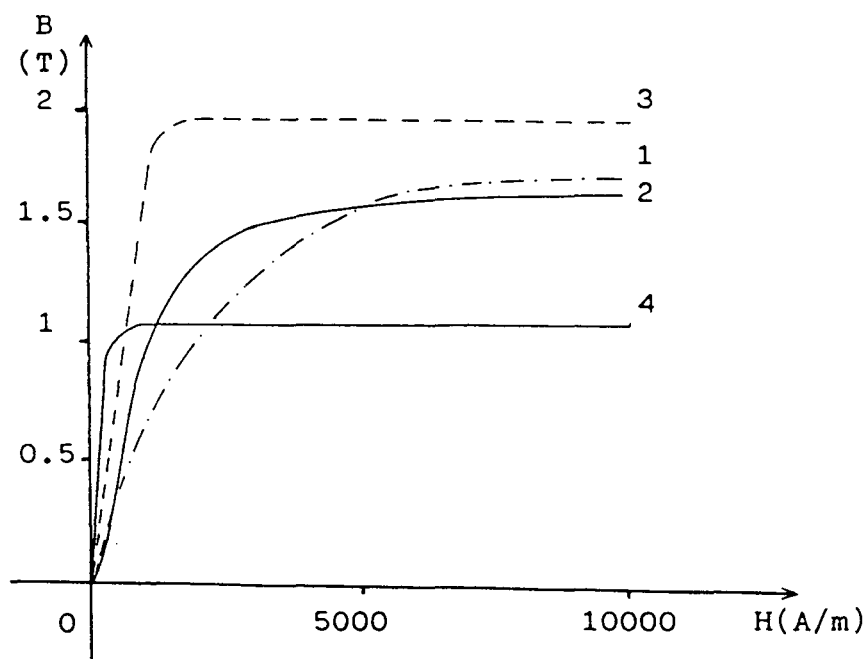


Figura 3.2

- 1- Aço Fundido
- 2- Chapas Magnéticas de Fe-Si
- 3- Chapas Magnéticas de Grãos Orientados
- 4- Ligas Magnéticas Especiais

3.2.2 - Bobina Magnética

A bobina para os Contatores de C.C. é construída de forma simples . O valor da corrente de regime permanente para uma dada tensão de alimentação da bobina, depende somente da resistência térmica da mesma [7].

Estabelecido, portanto, o número de ampéres-espiras (FMM) necessários para a excitação do Contator, será preciso escolher os valores de corrente, número de espiras, seção do condutor (enrolamento), de modo que, o produto da resistência do enrolamento pela corrente corresponda à tensão de alimentação da bobina, enquanto o aquecimento da mesma permaneça dentro de limites toleráveis (Normas).

3.2.3 - Tensão Nominal: Tensões de Atração e de Repulsão

A bobina do Contator é projetada para o funcionamento a uma determinada tensão, que é chamada Tensão Nominal do Contator.

Naturalmente, o Contator deve funcionar com segurança, mesmo que esta tensão sofra as variações da rede (10 a 15% a mais ou a menos); em particular, com tensão mais elevada, o aquecimento deve ficar entre limites toleráveis, ou seja, a temperatura da bobina não deve exceder os limites estabelecidos por Normas (é preciso notar que a potência dissipada é proporcional ao quadrado da tensão de alimentação); com tensão mais baixa, o Contator deve atrair com ainda mais segurança [7].

Define-se Tensão de Atração, a mínima tensão à qual o Contator atrai; normalmente esta tensão, pelas razões acima referidas, varia de 60 a 80% da tensão nominal do Contator.

Quando o Contator é atraído, pode-se notar que, mesmo diminuindo a tensão abaixo do valor de atração, o contator continua a permanecer atraído; para obter a repulsão do Contator é necessário diminuir posteriormente a tensão, até cair abaixo de um valor de tensão definido como Tensão de Repulsão .

O valor da tensão de repulsão é notavelmente inferior ao de tensão de

atração, e isso, especialmente nos Contatores com bobina em corrente contínua, em que geralmente é da ordem de 10 a 30% da tensão nominal.

Isso depende do fato que nos Contatores com bobina em corrente contínua, a corrente que percorre a mesma bobina é limitada somente por sua resistência, e é portanto igual, tanto com o contator atraído como com o contator repelido.

Quando o Contator é atraído, a relutância do circuito magnético é, porém, muito menor, e portanto, é suficiente um número menor de ampéres-espiras (FMM) para manter atraída a parte móvel (cabeçote).

Quando se deseja diminuir a diferença entre a tensão de atração e repulsão, é necessário interpor no circuito magnético do Contator um entreferro, mesmo com a parte móvel atraída, de modo a aumentar a relutância do circuito. Este entreferro é chamado também de "Anti-remanente", visto que, sem ele o Contator poderia definitivamente ficar atraído, mesmo com a bobina desexcitada, unicamente pelo magnetismo residual.

Outro sistema consiste em ligar uma resistência em série com a bobina, curto-circuitada por um contato normalmente fechado em repouso do próprio Contator. Quando o Contator é excitado, este contato (retardado na abertura) se abre, ligando a resistência e diminuindo assim o valor da corrente absorvida.

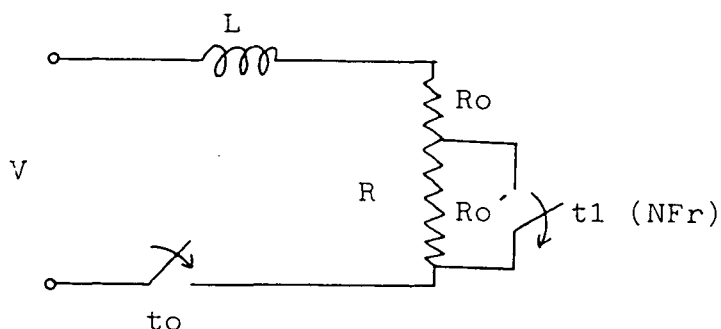


Figura 3.3

Para se obter um funcionamento seguro é necessário que este contato se abra na última fase do curso, quando a parte móvel já está praticamente atraída. Esta resistência é também chamada de "Resistência de Economia,

pois diminui a absorção de corrente da bobina, e é sempre usada principalmente nos Contatores de maior potência, onde em caso contrário ter-se-ia uma dissipação excessiva nos mesmos.

3.2.4 - Tempos de Intervenção

Define-se Tempo de Atração, aquele que decorre entre a aplicação da tensão nos terminais da bobina e o efetivo fechamento ou abertura dos contatos; enquanto o Tempo de Repulsão é o que decorre entre a anulação da tensão nos terminais da bobina e o retorno ao repouso dos próprios contatos [7]. O Tempo de Atração depende essencialmente da soma de dois fatores:

- retardo do estabelecimento da corrente, devido à indutância da bobina.
- inércia mecânica dos contatos.

O primeiro dos dois fatores é predominante e pode-se praticamente considerá-lo coincidente com o tempo de atração.

Através da figura 3.4, observa-se que a corrente se estabelece na bobina conforme a conhecida lei exponencial; a atração se dá (a menos do retardo mecânico), quando a corrente atingir o valor da corrente de atração. Como se vê, o tempo de atração depende da constante de tempo do circuito.

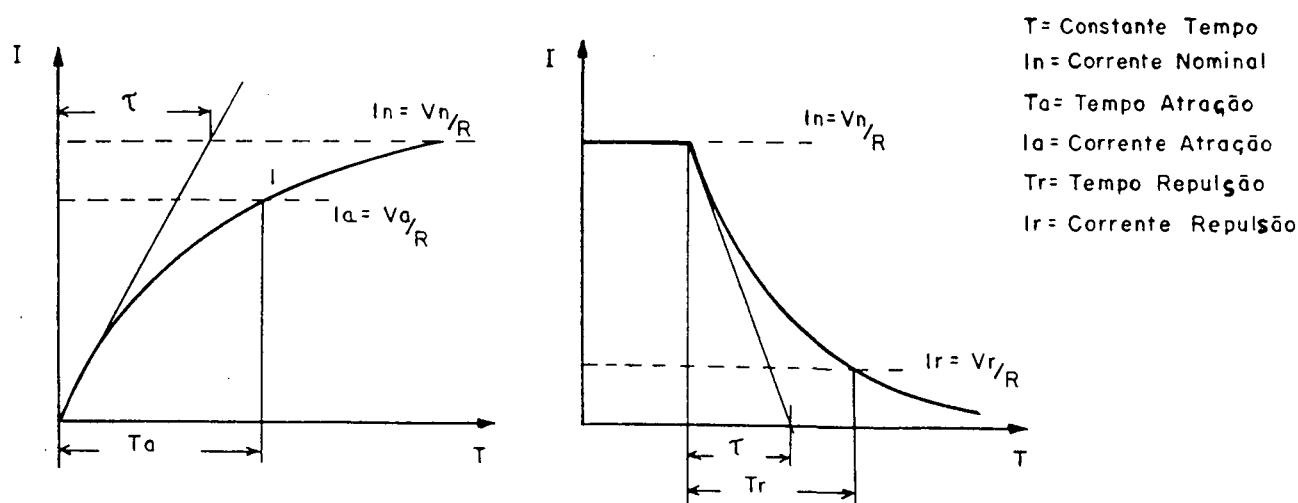


Figura 3.4

3.2.5 - Contatos

Os contatos são os elementos que efetuam materialmente a abertura ou o fechamento do circuito. São constituídos de duas partes, uma fixa e uma móvel; esta última é dotada de uma mola, que tem a função de manter a parte móvel comprimida contra a fixa, quando os contatos forem fechados [7].

Pode-se distinguir os contatos propriamente ditos, conforme a função elétrica que desempenham:

a) Polos de um Contator: conjunto dos elementos de um contator que correspondem a um condutor de linha ou de fase.

b) Contatos de Fechamento: são abertos quando o Contator está em repouso e se fecham quando é excitado (normalmente abertos-NA).

c) Contatos de Abertura: são fechados quando o Contator está em repouso e se abrem quando é excitado (normalmente fechados-NF).

d) Contatos Auxiliares: são os componentes de ligação que se situam num circuito auxiliar do Contator e é acionado mecanicamente pelo mesmo. São constituídos da combinação de um contato de fechamento e de um de abertura.

e) Contatos de Ação Retardada: são contatos que a ação se sucede após certo tempo (deslocamento).

No que se refere aos materiais empregados, é necessário ter sempre presente que a pastilha de contato propriamente dita, é a parte mais importante do contato, porquanto deve ter as seguintes características essenciais:

- baixa resistência de contato;
- elevada resistência mecânica;
- inalterabilidade em presença de agentes atmosféricos.

Conforme prevaleça como importância uma ou outra destas características, dá-se preferência a um determinado tipo de material ou de liga.

Os materiais mais frequentemente empregados são:

- Prata e suas ligas: é o material mais usado e apresenta boas características sob todos os pontos de vista.
- Ouro e suas ligas: apresenta uma resistência de contato muito baixa, mas tem também uma baixa resistência mecânica; é próprio para funcionamento com correntes baixas.
- Platina iridiada ou outras ligas de platina: particularmente resistente aos agentes atmosféricos e às centelhas.
- Tungstênio: é próprio para correntes de fortes cargas indutivas e tensões elevadas. Apresenta uma boa resistência ao arco e uma longa duração mecânica.

3.2.6 - Capacidade dos Contatos

Para todo tipo de Contator, é necessário conhecer o valor máximo de corrente que pode ser suportada pelos contatos, sem danificar os mesmos e o próprio contator.

A corrente pode ser considerada em diversas condições:

- a) Corrente Térmica: é o valor de corrente que pode ser suportada pelo contato em serviço contínuo, sem aquecimentos excessivos.
- b) Corrente de Fechamento: é a corrente que pode ser fechada pelos contatos do Contator.
- c) Corrente de Abertura: é a corrente que pode ser aberta pelos contatos do contator, sem manifestarem-se arcos que possam danificar o mesmo.

Enquanto o primeiro valor de corrente é independente da tensão e da natureza da carga, o valor da corrente de fechamento, e especialmente o da corrente de abertura, dependem do tipo de corrente do circuito a comandar (corrente alternada ou contínua), da tensão do circuito propriamente dito e da indutância da carga, e são normalmente inferiores ao valor da corrente térmica. No caso de se tratar de uma carga em corrente contínua, o valor da corrente de abertura diminui fortemente com o aumento da tensão do circuito e em caso de carga indutiva. Para tensões mais elevadas, recorre-se à ligação de

dois ou mais contatos em série (é necessário relembrar que se trata da tensão do circuito no qual intervém os contatos, não da tensão da bobina, que pode ser completamente diferente).

Pode-se indicar a potência do circuito que será comandada, obtida como produto da tensão de funcionamento pela corrente de interrupção; esta potência terá, naturalmente, valores diversos conforme se trate de cargas resistivas ou cargas indutivas.

O valor da corrente de fechamento é, em geral, menos crítico e além disso é superior ao da corrente de abertura; é portanto indicada somente esta última.

No caso em que o contator comande circuitos de corrente alternada, é normalmente indicada a potência em VA que o contator está em condições de interromper ; esta potência é geralmente referida à carga ôhmica. Em caso de carga indutiva, esta potência pode ser reduzida em função do fator de potência da carga.

As Câmaras de Extinção são áreas especiais nas quais estão alojados os contatos, de forma que o arco produzido pela corrente de ruptura é alargado pela câmara, dividido e finalmente extinto, antes que tenha tempo de ionizar o ambiente.

3.2.7 - Molas

As molas são destinadas a regular a pressão dos contatos móveis sobre os contatos fixos (mola de contato principal e contatos auxiliares NA e NF), assim como para provocar a abertura brusca do contator quando a bobina é desexcitada (mola de curso) [8].

Pode-se também distinguir as molas conforme a função que desempenham:

- a) Molas de pressão dos contatos principais e auxiliares (NA e NF)
- b) Molas de curso

Uma mola em repouso (figura 3.5) tem um comprimento L para a qual a pressão exercida pela mola é nula (P_0). Esta mola pode ser comprimida até que seu comprimento seja Ab (altura de bloqueio), quer dizer, até que todas as espiras estejam em íntimo contato. Nestas condições, a pressão que se exerce é máxima (P_m). A variação linear da pressão desde o valor P_0 até o valor P_m , nos dá o gráfico característico de trabalho da mola. Estando esta, em seu alojamento, seu comprimento será $L-C_p$, sendo C_p o comprimento de pré-compressão na qual se dispõe de pressão prévia P_p , que mantém fixa a mola

no alojamento. Esta pressão prévia P_p se incrementa até P_f , pressão final, quando se chega ao fim do deslocamento C_t , ou deslocamento de trabalho. Entre o deslocamento de trabalho e a altura de bloqueio, deve reservar-se sempre um deslocamento de segurança C_s , com objetivo de não atingir o limite elástico da mola, que a deformaria permanentemente.

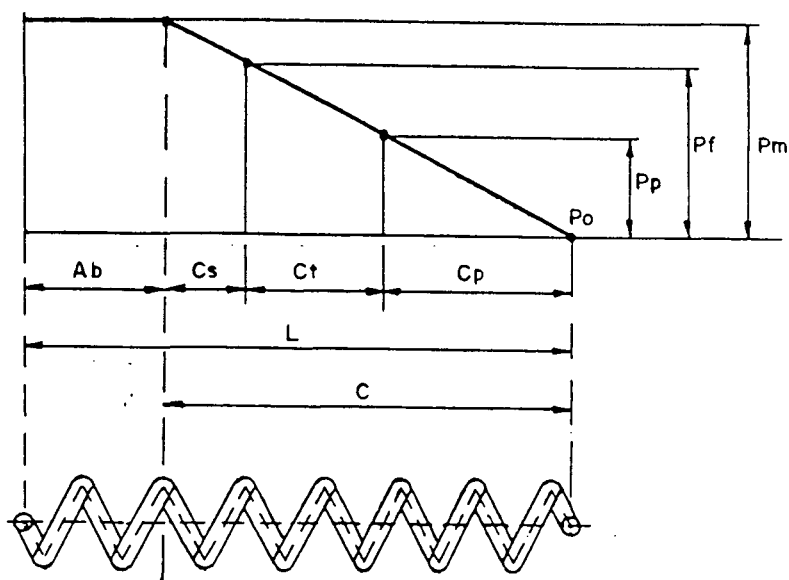


Figura 3.5

Características de Trabalho de uma Mola:

- P_p = Pressão prévia
- P_f = Pressão final
- P_m = Pressão máxima
- C_p = Comprimento de pré-compressão
- C_t = Deslocamento de trabalho
- C_s = Deslocamento de segurança
- A_b = Altura de bloqueio
- L = Comprimento total
- C = Deslocamento

Segundo o exposto, no trabalho do Contator se deve contar com a parte do gráfico de região de trabalho compreendida entre os valores de pré-compressão P_p e a pressão final P_f , as quais indicam as variações de pressão que experimenta a mola em seu trabalho normal.

Passa-se agora a estudar o comportamento das diferentes molas que tomam parte de um Contator. Nos contatos auxiliares e principais podem-se distinguir os seguintes tipos de molas:

- a) As que atuam sobre os contatos de trabalho, ou seja, normalmente abertos (NA);
- b) As que atuam sobre os contatos de repouso, ou seja, normalmente fechados (NF).

Nos contatos NA (figura 3.6) a mola se comprime previamente desde o comprimento L ao comprimento $L - C_p$, para introduzi-la em seu alojamento, donde se mantém fixa pela ação da pré-compressão P_p . Quando pela ação do eletroímã, se inicia o movimento e se estabelece a conexão entre os contatos móveis e os contatos fixos, a mola sofre uma nova compressão até alcançar o comprimento $L - (C_p + C_t)$. Este deslocamento vem determinado, até certo ponto, por sua pressão P , que deve ser adequada para o perfeito funcionamento do contato correspondente. Por conseguinte, o eletroímã deverá vencer o incremento de pressão $P_f - P_p$, já que a pré-compressão P_p é absorvida pelo alojamento.

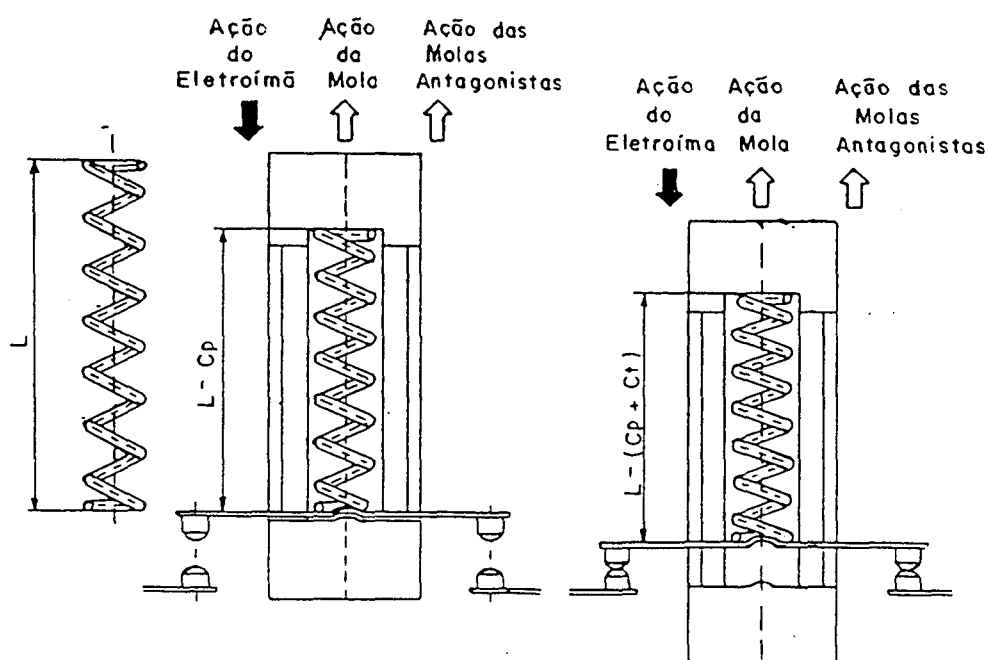


Figura 3.6

Nos contatos NF' (figura 3.7), também a mola se comprime previamente até $L - C_p$, para ser introduzida em seu alojamento. Aqui a diferença está na sua ação, que é de sentido contrário ao anterior.

No primeiro (contatos NA), a ação era oposta ao do eletroímã e se somava às molas antagonistas. Agora sucede o contrário, quer dizer, a ação das molas dos contatos normalmente fechados se soma à ação do eletroímã.

O objetivo das molas de curso é levar a parte móvel (cabeçote) e seus acessórios, juntamente com os contatos, à sua posição de repouso em um tempo mínimo; a ação destas molas se opõe totalmente ao esforço do sistema magnético.

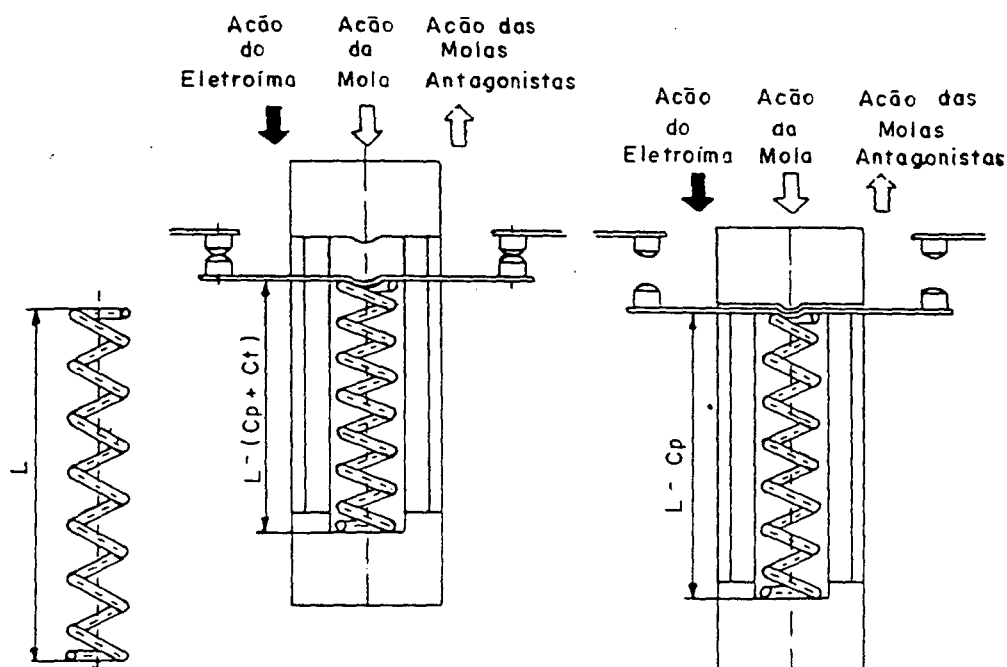


Figura 3.7

3.3 - Análise do Sistema

O sistema consiste de um simples corpo móvel rígido de massa M . O corpo acoplado à estrutura suporte está sob a influência de várias forças externas ($F(t)$). O conjunto suporte está associado ao sistema fixo de coordenadas, e o deslocamento " x " é adotado como positivo no sentido do deslocamento da massa ou da força aplicada. Em repouso o conjunto suporte está sujeito à ação das forças das molas de curso e das molas de contato NF. As forças de reação opostas ao movimento do corpo são devidas às molas e ao atrito do corpo nas paredes da estrutura [1].

O diagrama de corpo livre da Massa " M " é mostrada na figura 3.8 abaixo.

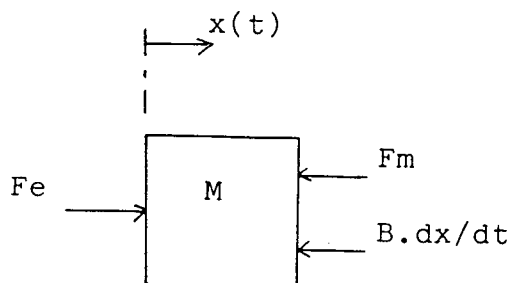


Figura 3.8

Pela segunda lei de Newton, tem-se:

$$M \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} = \sum_{i=1}^N F_i(t) \quad 3.1$$

$$M \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} = F_e - F_m - B \cdot \frac{dx}{dt} \quad 3.2$$

onde:

x = Deslocamento (m)
 M = Massa (kg)
 F_e = Força Eletromagnética Total (N)
 F_m = Força Mecânica Total (N)
 B = Coeficiente de Amortecimento
 dx/dt = Velocidade da Massa (m/s)

3.4 - Equação da Força Eletromagnética - Tensor de Maxwell

Denomina-se força de atração de um Contator, a força com que este atrai a sua parte móvel. Esta força será máxima, quando a armadura tiver encostada no núcleo. Ela depende da superfície de contato entre o núcleo e a parte móvel e da indução magnética existente no entreferro.

A noção do "Tensor de Maxwell" engloba em si um dos tratamentos mais eficazes para o cálculo de esforços sobre um corpo submetido à ação de campos eletromagnéticos. É uma expressão de grande importância, que permite a determinação de esforços em estruturas como o rotor de uma máquina elétrica, peça móvel de um relé, etc... [4].

O cálculo de forças através do Tensor de Maxwell tem sido modernamente muito utilizado em sistemas informáticos para a determinação de campos magnéticos por métodos numéricos. De fato, para aplicar-se este conceito, é necessário que o campo magnético seja conhecido e tais sistemas de cálculo permitem a sua obtenção. Esta é a razão pela qual, por um lado, o Tensor de Maxwell seja atualmente tão utilizado, e por outro, raramente ele tenha sido apresentado em épocas onde a obtenção de campos era difícil ou quase impossível.

A força magnética pode ser expressa por:

$$dF = \left[\mu_0 \cdot H_x \cdot H_y \cdot \bar{i} + \frac{\mu_0}{2} (H_y^2 - H_x^2) \cdot \bar{j} \right] \cdot ds \quad 3.3$$

onde dF = valor da força correspondente à uma parcela de superfície ds na qual conhecemos o campo \bar{H}

H_x = componente do campo \bar{H} no eixo x

H_y = componente do campo \bar{H} no eixo y

\bar{i} = vetor unitário no eixo x

\bar{j} = vetor unitário no eixo y

μ_0 = permeabilidade do vácuo

Escrevendo a expressão , em função das suas componentes dF_x e dF_y , resulta:

$$d\vec{F} = \left[dF_x \cdot \vec{i} + dF_y \cdot \vec{j} \right] \cdot ds \quad 3.4$$

onde

$$dF_x = \mu_o \cdot H_x \cdot H_y \cdot ds$$

$$dF_y = \mu_o \cdot (H_y^2 - H_x^2) \cdot ds$$

Com as expressões acima pode-se notar os seguintes casos particulares:

- $H_x = 0$; $H_y \neq 0$; teremos então $dF_x = 0$ e $dF_y \neq 0$ e portanto, somente uma força normal de tração (figura 3.9 a).
- $H_x = H_y \neq 0$; obtemos neste caso $dF_y = 0$ e $dF_x \neq 0$; haverá apenas uma força tangencial (figura 3.9 b).
- $H_x \neq 0$; $H_y = 0$; teremos $dF_x = 0$ e $dF_y < 0$; haverá força normal de compressão (figura 3.9 c).

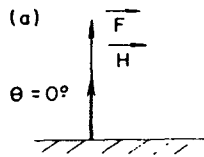


Fig. 3.9 a

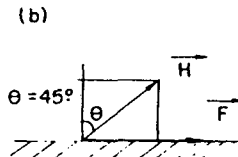


Fig. 3.9 b

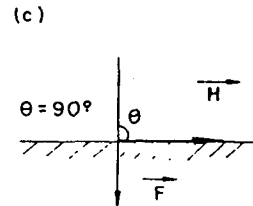


Fig. 3.9 c

A observação das figuras acima, mostra que a força forma sempre um ângulo, que é o dobro do ângulo " θ " que \vec{H} forma com a normal.

O módulo dF da Força $d\vec{F}$ é dado por:

$$dF = \sqrt{(\mu_o \cdot H_x \cdot H_y \cdot ds)^2 + [\mu_o \cdot (H_y^2 - H_x^2) \cdot ds/2]^2} \quad 3.5$$

que após algumas operações algébricas resulta:

$$dF = 1/2 \cdot \mu_o \cdot (H_x^2 + H_y^2) \cdot ds \quad 3.6$$

ou seja

$$dF = 1/2 \cdot \mu_o \cdot H^2 \cdot ds$$

ou ainda $F = 1/2 \cdot \mu_0 \cdot H^2 \cdot ds$

A força pode ser ainda dada em função da indução "B", onde $B = \mu_0 \cdot H$ e do fluxo " ϕ ", onde $\phi = B \cdot S$. Assim :

$$F = \frac{B^2 \cdot S}{2 \cdot \mu_0} \quad e \quad F = \frac{\phi^2}{2 \cdot \mu_0 \cdot S} \quad 3.7$$

3.4.1 - Cálculo da Força Eletromagnética

Considerando-se a simetria da estrutura magnética, tem-se:

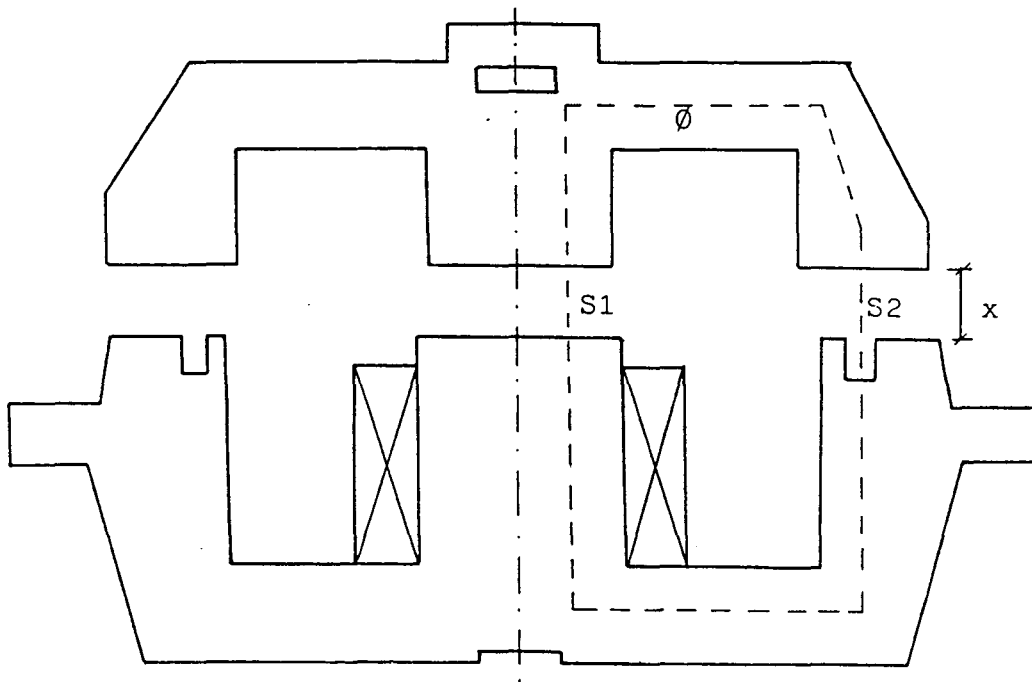


Fig.3.10

No contator C.C. a bobina de excitação é usualmente composta de duas partes, um enrolamento com N_0 espiras (R_0), usado para dar início ao movimento de fechamento, e outro enrolamento com N_0' espiras (R_0'), com $R_0' \gg R_0$, o qual em série com N_0 tem por objetivo reduzir a corrente de regime permanente do mesmo, e que é chaveada por um contato normalmente fechado retardado (NFr) do próprio Contator quando o deslocamento $x = x_{nfr}$ (x_{nfr} = comprimento do contato NF retardado) num determinado tempo t_1 . Logo:

$$\begin{array}{llllll} \text{para} & 0 < t < t_1 & \text{ou} & 0 < x < x_{nfr} & \Rightarrow & N = N_0 \quad e \quad R = R_0 \\ & t > t_1 & \text{ou} & x > x_{nfr} & \Rightarrow & N = N_0 + N_0' \quad e \quad R = R_0 + R_0' \end{array}$$

Para cálculo da força no regime transitório são determinados os fluxos nas faces dos polos da estrutura, designando-os como ϕ_1 (L_1) e ϕ_2 (L_2). Os mesmos são obtidos para diversos comprimentos do entreferro. Os valores destes fluxos estão considerados como sendo proporcionais à corrente (operação na região linear).

A reprodução destes fluxos é obtido através de curva ajustada pelo Método dos Mínimos Quadrados, sendo a função do tipo potência a que melhor se ajustou ao comportamento da curva experimental. A função é dada por:

$$y = a \cdot x^b \quad 3.8$$

onde y = variável dependente (Fluxo)
 x = variável independente (deslocamento)
 a e b = constantes.

No regime permanente o fluxo é avaliado com saturação, a partir de curva relacionando o fluxo com a corrente. Essas curvas foram levantadas para a variação da fonte de corrente. A função que melhor se ajustou a estes dados é do tipo logarítmica, da forma:

$$y = a + b \cdot \ln x$$

onde y = variável dependente (Fluxo)
 x = variável independente (Corrente)
 a e b = constantes.

A partir da relação linear $L = N \cdot \phi / i$ obtém-se:

$$L_1 = N \cdot \phi_1 / i \quad e \quad L_2 = N \cdot \phi_2 / i \quad 3.9$$

onde N é o número de espiras da bobina, ϕ_1 e ϕ_2 são os fluxos obtidos através do "EFCAD", e i é a corrente imposta à bobina.

Os novos fluxos são calculados a partir desses parâmetros iniciais, a cada valor da corrente (iteração), dada pela tensão aplicada, obtida pelo Método de Runge-Kutta de quarta-ordem.

$$\phi_1 = L_1 \cdot i / N \quad \text{e} \quad \phi_2 = L_2 \cdot i / N \quad 3.10$$

A força pode ser calculada por :

$$F_1 = \frac{\phi_1^2}{2 \cdot \mu_0 \cdot S_1} \quad \text{e} \quad F_2 = \frac{\phi_2^2}{2 \cdot \mu_0 \cdot S_2} \quad 3.11$$

onde S_1 e S_2 são respectivas áreas das faces dos polos e μ_0 é a permeabilidade do vácuo.

A força eletromagnética total do contator resulta:

$$F_e = 2 \cdot (F_1 + F_2) \quad 3.12$$

3.5 - Cálculo da Força Mecânica

1) Força da Mola de Curso (F_c)

$$F_c = K_c \cdot (X_{oc} + x) \quad 3.13$$

onde K_c = Coef. Elasticidade da Mola

X_{oc} = Pré-compressão da Mola

x = deslocamento da parte móvel

2) Força da Mola de Contato NF (F_f)

Se $x \leq X_{cnf}$ então

$$F_f = K_{nf} \cdot (X_{onf} + X_{cnf} - x) \quad 3.14$$

Senão

$$F_f = 0$$

onde X_{cnf} = curso da Mola

K_{nf} = Coef. Elasticidade da Mola

X_{onf} = Pré-compressão da Mola

3) Força da Mola de Contato NA (F_a)

Se $x \geq x_{m\acute{a}x} - X_{cna}$ então

$$F_a = K_{na} \cdot (X_{ona} + x - x_{m\acute{a}x} + X_{cna}) \quad 3.15$$

Senão

$$F_a = 0$$

onde $x_{\text{máx}}$ = deslocamento máximo

X_{cna} = curso da Mola

K_{na} = Coef. Elasticidade da Mola

X_{ona} = Pré-compressão da Mola

4) Força da Mola de Contato Principal (F_p)

Se $x \geq x_{\text{máx}} - X_{\text{cp}}$ então

$$F_p = K_p \cdot (X_{\text{op}} + x - x_{\text{máx}} + X_{\text{cp}}) \quad 3.16$$

Senão

$$F_p = 0$$

onde X_{cp} = curso da Mola

K_p = Coef. Elasticidade da Mola

X_{op} = Pré-compressão da Mola

5) Força Total das Molas (F_m)

$$F_m = 2.F_c - 2.F_f + 2.F_a + 3.F_p \quad 3.17$$

3.6 - Formulação das Equações de Estado/Variáveis de Estado

- Da equação de Movimento:

$$M \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} = F_e - F_m - B \cdot \frac{dx}{dt}$$

isolando $d^2 x / dt^2$, obtém-se:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{1}{M} (F_e - F_m - B \cdot \frac{dx}{dt}) \quad 3.18$$

- Da equação elétrica:

$$V = R.i + \frac{d}{dt}(L(x).i) \quad 3.19$$

$$V = R.i + L.\frac{di}{dt} + i.\frac{dL(x)}{dt} \quad 3.20$$

como a indutância é variável com o deslocamento, obtém-se:

$$V = R.i + L.\frac{di}{dt} + i.\frac{dL(x)}{dx}.\frac{dx}{dt} \quad 3.21$$

isolando di/dt ,

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{L} \cdot (V - R.i - i.\frac{dL(x)}{dx}.\frac{dx}{dt}) \quad 3.22$$

- Equações de Estado/Variáveis de Estado

$$\begin{cases} x_1 = x \\ x_2 = dx/dt \\ x_3 = i \end{cases} \quad 3.23$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = dx/dt = x_2 \\ \dot{x}_2 = d^2x/dt^2 = dv/dt \\ \dot{x}_3 = di/dt = 1/L \cdot (V - R.i - i.dL(x)/dx \cdot dx/dt) \end{cases} \quad 3.24$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = 1/M \cdot (F_e - F_m - B \cdot x_2) \\ \dot{x}_3 = 1/L \cdot (V - R \cdot x_3 - x_3 \cdot dL(x)/dx \cdot x_2) \end{cases} \quad 3.25$$

O conjunto de equações (3.25) compõe as equações de estado do sistema. Para resolução destas equações é adotado o método de Runge-Kutta de quarta-ordem com auxílio de computador tipo PC.

Da integração, obtém-se as grandezas do deslocamento, velocidade e da corrente, respectivamente.

Como função das variáveis de estado outras saídas são calculadas, tais como força magnética, força mecânica, indutância, etc.

CAPÍTULO 4

ASPECTOS DO DIMENSIONAMENTO DE CIRCUITO MAGNÉTICO DE C.C.

4.1 - Introdução

A maioria dos cálculos, quando o aquecimento é desprezado, são relativamente simples. Nos parágrafos seguintes, são desenvolvidas fórmulas para as características mais importantes de um Circuito Magnético CC. Para resultados mais precisos, as fórmulas devem ser baseadas sobre o número real de espiras (computados de número de camadas e espiras por camadas ajustadas).

É importante lembrar, que todos os dados da bobina fornecidos em tabelas, são para 20 °C ; se qualquer outra temperatura é considerada, um fator de correção deve ser usado [9].

4.2 - Conceitos Gerais

- Bobina Magnética

As bobinas são usadas praticamente em todas máquinas elétricas, usualmente formando a fonte de excitação para o campo magnético.

Uma bobina consiste de espiras de enrolamento dispostas em camadas sobre um determinado suporte isolante (carretel). Às vezes, pode ser colocado papel isolante entre as camadas do enrolamento (altas correntes). A secção de bobina (carretel suporte) é geralmente retangular e a secção do condutor é circular [9].

-Condutores

O material normalmente usado para os condutores de uma bobina é o cobre. Em algum caso especial o alumínio é usado. Ambos os materiais são moles, dúcteis e são fabricados em diâmetros variados. As secções transversais usuais são circulares .

- Características dos condutores de Cobre

Condutividade (I.A.C.S) = 100 %

Resistividade a 20 °C (ohm . m) $\rho_{20} = 1.7241 \cdot 10^{-8}$

Coeficiente de Temperatura a 20 °C (α_{20}) = 0.00393

Temperatura - T (°C) = 234.5

Peso Específico (kg/m³) = 8.89

- Variação da Resistência com a Temperatura

Para o cobre o coeficiente de temperatura é diretamente proporcional a sua condutividade relativa sob uma larga faixa. A resistência de um condutor em qualquer temperatura pode ser computada da resistência em 20 °C , pela seguinte relação.

$$R_T = R_{20} \cdot (1 + \alpha_{20} \cdot (T - 20)) \quad 4.1$$

onde R_T e R_{20} são as resistências em uma temperatura qualquer T e 20 °C, respectivamente. α_{20} é o coeficiente de temperatura em 20 °C e T é uma temperatura qualquer em graus centígrados.

A resistência de um material condutor como uma função da temperatura pode ser expressa por:

$$R_T/R_{20} = (T + 234)/254 \quad \text{ou} \quad R_T/R_{20} = (T + T_0)/(T_0 + 20) \quad 4.2$$

- Fator de Espaço

O fator de espaço de uma bobina é definido como a razão da seção transversal total de cobre em uma bobina pela área total do alojamento da mesma (janela do núcleo). Em geral, um alto fator de espaço é desejável para a bobina, para satisfazer certos parâmetros que variam inversamente com o fator de espaço. Um alto fator de espaço é obtido quando uma mínima quantidade de isolamento nas espiras é utilizada.

4.3 - Equações Fundamentais

- Espiras

Um método bastante preciso de determinar o número de espiras é computar o número real de camadas e espiras por camadas possíveis de serem obtidas do carretel ou suporte da bobina [9].

- Resistência da Bobina

Da mesma forma, a resistência pode ser determinada das seguintes fórmulas:

$$R = l_m \cdot N \cdot R_i \quad 4.3$$

onde "N" é o número real de espiras da bobina, e "R_i" é a resistência do condutor por metro de comprimento, e "l_m" o comprimento médio da bobina .
ou ainda:

$$R = \rho \cdot l_m \cdot N / (\pi \cdot d^2 / 4) = 4 \cdot \rho \cdot l_m \cdot N / \pi \cdot d^2 \quad \text{ohms} \quad 4.4$$

onde "ρ" é a resistividade do material condutor em ohms.m e "d" é o diâmetro médio do condutor em m, e "V" a tensão da bobina em volts.

- Equação da Força

Através do valor da densidade de fluxo inicial no entreferro, pode-se determinar a partir da força total requerida, a seção central do circuito magnético.

$$S = 2 \cdot \mu_0 \cdot F / B_e^2$$

onde

- F = força requerida
- B_e = densidade de fluxo inicial entreferro
- μ₀ = permeabilidade do vácuo

- Equação do Circuito Magnético

A força magnetomotriz (NI) a qual precisa prover o fluxo requerido para a dada força e deslocamento, é determinada pela equação do circuito:

$$N.I = B_e.x/\mu_0 + \sum H_i.l_i$$

onde $B_e.x/\mu_0$ representa a força magnetomotriz necessária para estabelecer o fluxo e uma densidade "Be" através do entreferro de comprimento "x" e $\sum H_i.l_i$ representa a força magnetomotriz necessária para estabelecer o fluxo nas partes do ferro do circuito.

- Ampéres-Espiras

Os ampéres-espiras de uma bobina são computados simplesmente multiplicando a corrente da bobina pelas espiras, assim:

$$I = V/R \quad \Rightarrow \quad N.I = N.V/R \quad (Ae) \quad 4.5$$

substituindo a equação (4.3) em (4.5) obtém-se:

$$N.I = V/l_m.R_i \quad 4.6$$

Esta equação mostra que, para um dado diâmetro do fio e fixado o comprimento da espira média, os ampéres-espiras da bobina são constantes.

Os ampéres-espiras da bobina podem ser expressos em termos do diâmetro do condutor, substituindo a equação (4.4) em (4.5), assim:

$$N.I = \pi.d^2.V/4.\rho.l_m \quad 4.7$$

- Tensão da Bobina

Fórmulas para tensão da bobina necessária para desenvolver um dado número de ampéres-espiras, podem ser obtidas das equações (4.5), (4.6) e (4.7).

$$V = R.I = 4.\rho.l_m.N.I/\pi.d^2$$

onde

V = tensão aplicada

l_m = diâmetro médio das espiras da bobina

d = diâmetro do condutor

- Diâmetro do Condutor

É também necessário computar o diâmetro do condutor com o qual a bobina com essas características precisa ser enrolada, a fim de se obter uma certa resistência. Isto pode ser feito aproximadamente como segue:

$$N.I = \pi.d^2.V/4.\rho.l_m \quad \Rightarrow \quad d = \sqrt{4.\rho.l_m.N.I/\pi.V} \quad 4.8$$

$$\text{ou ainda ,} \quad S = \rho.l_m.N.I.10^6/V \quad \text{mm}^2 \quad 4.9$$

O diâmetro pode ser também encontrado, se $N.I$ é dado e l_m é conhecido, resolvendo a equação (4.6) para " R_i ", e procurando o correspondente diâmetro aproximado em tabelas. Assim :

$$R_i = V / l_m.N.I \quad 4.10$$

4.3.1 - Aquecimento da Bobina - Equação de Temperatura

A energia total de entrada de um Contator, tão logo o movimento da armadura tiver iniciado, é dissipado como calor. Termicamente, a bobina do Contator tem duas propriedades: a habilidade de armazenar energia, devido ao incremento de temperatura; e a habilidade para perder sua energia calorífera armazenada através de sua superfície, devido a diferença entre essas superfícies e o ar. Estas duas propriedades são conhecidas como a capacidade térmica e capacidade de dissipação de calor , respectivamente, e serão designadas por C e K .

Se " θ " é igual a diferença entre a temperatura média da bobina e o ar, a taxa instantânea na qual a energia calorífera é absorvida pela capacidade térmica da bobina será $C.(d\theta/dt)$, e a taxa instantânea na qual a energia calorífera é dissipada da superfície da bobina será $K.\theta$. Iniciando com a temperatura de repouso da bobina e aplicando uma potência constante de P

watts, tem-se o seguinte: no instante que a potência é aplicada, considerando primeiramente " θ " igual a zero, a potência de entrada total será absorvida pela capacidade térmica, causando a elevação da temperatura em uma taxa igual a P/C graus centígrados por segundo; depois que a potência tiver sido aplicada por um longo tempo, a bobina terá atingido uma temperatura constante, fazendo $d\theta/dt$ igual a zero, e a potência total de entrada será considerada por sua capacidade de dissipação de calor, fazendo " θ " igual a P/K °C. Portanto, em qualquer tempo, entre esses dois limites a diferença instantânea de temperatura será dada pela seguinte equação [9]:

$$P = C \cdot d\theta/dt + K \cdot \theta \quad 4.11$$

onde $C \cdot (d\theta/dt)$ é a parte da potência total P (watts) absorvida pela capacidade térmica, e $K \cdot \theta$ é a parte dissipada pela bobina. Rearranjando, tem-se :

$$(P - K \cdot \theta)/d\theta = C/dt$$

ou

$$K \cdot d\theta/(P - K \cdot \theta) = K \cdot dt/C$$

Integrando ambos os lados, obtém-se:

$$-\log(P - K \cdot \theta) = K \cdot t/C + C_1 \quad (C_1 = \text{constante de integração})$$

$$\text{quando } t=0, \theta = 0 \quad \text{e} \quad -\log P = C$$

substituindo , resulta:

$$-\log (P - K \cdot \theta) + \log P = K \cdot t/C$$

$$\log (P - K \cdot \theta)/P = - K \cdot t/C$$

tomando o antilogaritmo de ambos os lados, tem-se:

$$P - K \cdot \theta = P e^{-k \cdot t/c}$$

ou

$$K \cdot \theta = P \cdot (1 - e^{-k \cdot t/c})$$

e

$$\theta = P/K \cdot (1 - e^{-k \cdot t/c}) \quad 4.12$$

Quando $t=0$, $e^{-k \cdot t/c}$ será zero e a elevação final de temperatura será P/K , a qual compara-se com o valor previamente deduzido. Do mesmo modo, se a equação (4.12) é diferenciada, obtém-se:

$$d\theta/dt = P/C \cdot e^{-P \cdot t/c} \quad 4.13$$

na qual substituindo $t=0$, tem-se $d\theta/dt=P/C$, a qual também confere com a dedução prévia.

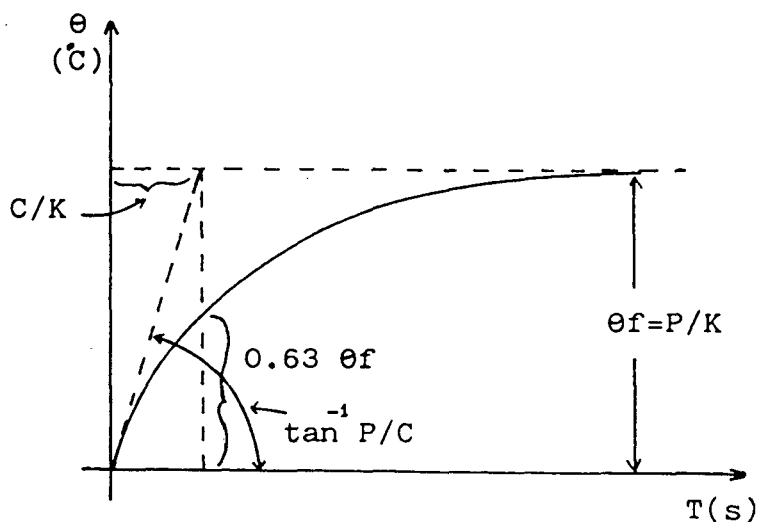


Figura 4.1

A equação (4.12) é desenhada na figura 4.1. É uma simples curva exponencial na qual o seu valor final se aproxima a P/K como uma assíntota. A inclinação inicial da curva é P/C °C/s. Se a temperatura fosse continuar a variar de sua taxa inicial, a elevação de temperatura final " θ_f " seria alcançada em um tempo igual a $(P/K)/(P/C) = C/K$ segundos.

Realmente, neste intervalo de tempo a elevação de temperatura será dada, pela equação (4.12) :

$$\theta = P/K \cdot (1 - e^{-1}) = P/K (1 - 1/2.718) = 0.63 \theta_f$$

ou seja, em um tempo igual a C/K segundos, a elevação de temperatura será 63% do seu valor final. O valor C/K pode ser chamado de constante de tempo térmica da bobina magnética do sistema.

A equação de resfriamento para a bobina magnética do sistema pode ser obtida da equação (4.11), fazendo $P(\text{watts})$ igual a zero e notando, que quando $t=0$, $\theta = \theta_f$, assim :

$$0 = C \cdot d\theta/dt + K \cdot \theta \quad \text{ou} \quad -K/C \cdot dt = d\theta/\theta$$

integrando ambos os lados, resulta :

$$-K/C \cdot t = \log \theta + C1 \quad (C1 = \text{constante de integração})$$

quando $t = 0$, $\theta = \theta_f$, portanto

$$C1 = -\log \theta_f \quad \text{e} \quad -K/C \cdot t = \log \theta/\theta_f$$

ou

$$\theta/\theta_f = e^{-k \cdot t/c} \quad \text{e} \quad \theta = \theta_f \cdot e^{-k \cdot t/c} \quad 4.14$$

onde θ_f é a temperatura da bobina no instante que começa o resfriamento, e C/K será o tempo requerido para a bobina resfriar-se para 37% de sua elevação de temperatura original. A equação (4.14) é plotada na figura 4.2.

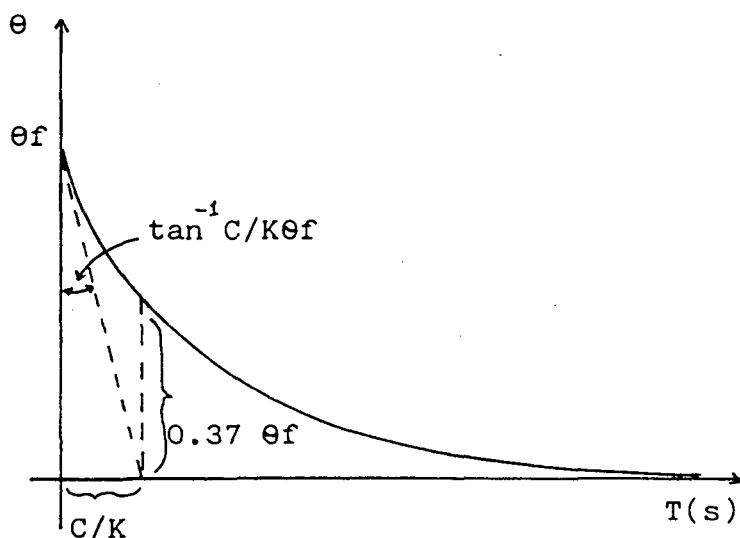


Figura 4.2

4.3.2 - Transmissão do Calor por Convecção

A convecção é a transmissão de calor que se realiza entre uma superfície sólida e um fluido, líquido ou gasoso que a contacta, pelo deslocamento do corpo fluido, associada pela variação da densidade. As trocas de calor se verificam numa fina camada do gás ou líquido, que banha a superfície. Quando o fluido refrigerante é o ar, a película atuante é da ordem de 12 a 15 mm de espessura [10].

A potência térmica dissipada ou transferida por convecção é dada por :

$$P = K_c \cdot \Delta\theta \cdot A \quad (\text{watts}) \quad 4.15$$

em que K_c = coeficiente de convecção ($\text{w/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$)
 $\Delta\theta$ = salto de temperatura "superfície quente X ambiente"
 A = área atingida pelo fluido refrigerante

A temperatura do ambiente (meio fluido, gás ou líquido) é a temperatura fora da zona lamelar, e a temperatura da superfície sólida é a sua temperatura média, pois que não se mantém constante no sentido vertical da superfície.

O coeficiente de convecção " K_c " depende do salto de temperatura " $\Delta\theta$ ", da temperatura ambiente do fluido " θ_2 $^\circ\text{C}$ ou T_2 $^\circ\text{K}$ ", da pressão barométrica " B em mm de Hg" para os gases.

Assim para o ar como meio fluido, e no caso da convecção natural em paredes verticais, tem-se :

$$K_c \text{ ar} \approx 2.5 \cdot \sqrt[4]{\Delta\theta} \cdot \sqrt{293/T_2} \cdot \sqrt{B/760} \quad (\text{w/m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$$

Nas condições normais de $\theta_2 = 20$ $^\circ\text{C}$ ($T_2 = 293$ $^\circ\text{K} = T_c + 273$) e $B = 760$ mm de Hg, resulta :

$$K \text{ ar} = 2.5 \cdot \sqrt[4]{\Delta\theta} \quad \text{w/m}^2 \cdot ^\circ\text{C} \quad 4.16$$

Para superfícies horizontais em que o ar pode se deslocar livremente para cima, o coeficiente de convecção é 20% maior. No entanto, se o ar for impedido de deslocamento vertical, devendo se deslocar horizontalmente, então o coeficiente de convecção é menor.

4.3.3 - Transmissão de Calor por Radiação

Todos os corpos com temperaturas acima de zero absoluto, irradiam energia térmica. Segundo "Stefan", a radiação térmica do "corpo negro" é dada por [10]:

$$W = \sigma \cdot A \cdot (T/100)^4 \quad (W) \quad 4.17$$

em que A = área em m^2 do corpo negro
 T = temperatura do corpo negro em $^{\circ}K$
 $\sigma = 5,77$, coeficiente de radiação do corpo negro

Para um corpo com "emissividade ξ " a potência de radiação será:

$$W = \sigma \cdot \xi \cdot A \cdot (T/100)^4 \quad (W) \quad \text{sendo } \xi \leq 1 \quad 4.18$$

Se, como na figura 4.3 , um corpo à temperatura T_1 é envolvido por outro à temperatura $T_2 < T_1$, então, ambos irradiam energia térmica. Porém, a resultante se dará no sentido da temperatura maior para a menor, sendo a potência térmica dada pela expressão geral:

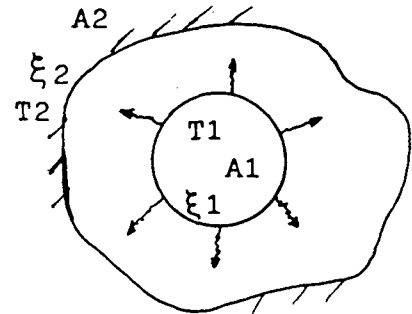


Figura 4.3 - Transmissão de Calor por Radiação $T_1 > T_2$

$$W = \sigma \cdot FA \cdot FE \cdot A \cdot [(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4] \quad 4.19$$

em que FA = fator de Visão que leva em consideração o ângulo sólido médio sob o qual uma superfície "vê" a outra, ou seja, é o fator que representa a troca direta de radiação (sem levar em conta a energia refletida por outras superfícies).
 FE = é um fator que depende das emissividades individuais ξ_1 e ξ_2 , e das relações das áreas A_1 e A_2 das superfícies irradiante e refletida.

No cálculo da refrigeração, é conveniente definir um "coeficiente de superfície para a radiação", tal como se define o coeficiente de convecção, isto é:

$$W = K_r . A_1 . (T_1 - T_2) = \alpha_r . \Delta\theta . A_1 \quad 4.20$$

$$\text{em que} \quad k_r = 5.3 [((T_2 + \Delta\theta)/100)^4 - (T_2/100)^4] / \Delta\theta \quad (W/m^2 . ^\circ C)$$

O coeficiente " α_r " cresce com o valor da temperatura ambiente " T_2 " e com o salto de temperatura " $\Delta\theta = T_1 - T_2$ ". Para temperaturas ambientes em torno de $\theta_2 = 20^\circ C$ ($T_2 = 293^\circ K$) e saltos de 20 a $100^\circ C$, pode-se obter o coeficiente de radiação pela expressão aproximada:

$$k_r \approx 2.65 \sqrt[4]{\Delta\theta} \quad (W/m^2 . ^\circ C) \quad 4.21$$

4.3.4 - Equação da Elevação da Temperatura Final de uma Bobina em termos da FMM e dimensões da mesma

Um condutor percorrido por corrente elétrica, em consequência do efeito joule, se aquece, e a sua temperatura aumenta. Quando a temperatura do condutor supera a do ambiente, verifica-se uma dispersão de calor (convecção) e a temperatura pára de subir, quando o calor produzido pela corrente fica igual ao calor irradiado no ambiente, tornando-se então a temperatura constante [9].

Na prática, a temperatura dos condutores não pode superar determinados valores. Considere-se um condutor de resistência elétrica " R ", percorrido por uma corrente " I ". A potência térmica dissipada é igual a :

$$P = R . I^2 \quad (\text{watts})$$

Quando uma bobina é projetada , é muito conveniente que, a elevação de temperatura final " θ_f " (acima do ambiente) possa ser especificada em termos da força magnetomotriz da mesma e suas dimensões. Conforme visto anteriormente, a potência térmica dissipada por convecção é dada por :

$$P = K . \Delta\theta . A \quad (\text{watts})$$

Quando o equilíbrio térmico for alcançado, verificar-se-á que a quantidade de potência térmica produzida é igual a quantidade dissipada, logo tem-se:

$$P = R \cdot I^2 = K \cdot \theta_f \cdot A \quad \text{onde} \quad \Delta\theta = \theta_f$$

$$P = R \cdot I^2 = 2 \cdot \theta_f \cdot K \cdot h \cdot l_m \quad 4.22$$

$$\text{ou} \quad \theta_f = R \cdot I^2 / 2 \cdot K \cdot h \cdot l_m \quad 4.23$$

onde $2 \cdot h \cdot l_m$ é a superfície cilíndrica da bobina. Pela equação (4.4), item anterior, "R" pode ser expresso como segue:

$$R = 4 \cdot \rho \cdot l_m \cdot N / \pi \cdot d^2 \quad 4.24$$

O diâmetro do condutor "d" pode ser expresso em termos da altura do núcleo "h", da espessura "l" da bobina e do fator de espaço, como segue:

$$S = \pi d^2 / 4 = h \cdot l \cdot f_{esp} / N \quad \text{onde} \quad d^2 = 4 \cdot h \cdot l \cdot f_{esp} / \pi \cdot N \quad 4.25$$

onde "fesp" é o fator de espaço da bobina total. Substituindo (4.25) na equação (4.24), obtém-se:

$$R = \rho \cdot l_m \cdot N^2 / h \cdot l \cdot f_{esp} \quad 4.26$$

Substituindo este valor para "R" na equação (4.23) tem-se para a elevação da temperatura final da bobina (acima do ambiente) a seguinte equação:

$$\theta_f = \rho \cdot (N \cdot I / h)^2 / 2 \cdot K \cdot f_{esp} \cdot l \quad ^\circ\text{C} \quad 4.27$$

Nesta equação $(N \cdot I / h)$ é a intensidade magnética do enrolamento da bobina, " ρ " é a resistividade do material condutor em ohms.m, na temperatura final da bobina, "k" é o coeficiente de dissipação de calor na temperatura final da bobina, e "l" é a espessura da bobina.

CAPÍTULO 5

MODELAGEM DE UM CONTATOR DE C.A. - CONCEITOS E PRINCÍPIOS

5.1 - Introdução

Os circuitos magnéticos em C.A., em suas relações magnéticas instantâneas, comportam-se de maneira geral igual aos circuitos magnéticos em C.C. discutidos nos capítulos anteriores; assim a força instantânea e os ampéres-espiras são relacionados com o fluxo pelas mesmas equações como as utilizadas para corrente contínua. Entretanto, as equações do circuito elétrico serão diferentes, assim a tensão aplicada será agora, igual a soma da tensão induzida na bobina de excitação pela variação permanente do fluxo e a tensão na resistência ôhmica. Dois casos podem ser levantados: 1) operação sob tensão constante e frequência constante; e 2) operação sob corrente constante e frequência constante. Considerando o primeiro, o qual é o mais comum, a equação de tensão será [9];

$$v = d(N\phi)/dt + i.R \quad 5.1$$

onde as letras minúsculas são usadas para indicar os valores instantâneos das grandezas alternadas. Esta equação é idêntica à equação referente ao comportamento transitório ($V=R.i + L.di/dt$) do equipamento.

5.2 - Equações Fundamentais

Agora, propõe-se analisar o comportamento em regime permanente de um circuito, devido a tensão alternada aplicada. Para simplificar a discussão, faz-se duas suposições:

1 - O ferro e os entreferros do circuito magnético são projetados para a máxima densidade de fluxo, sendo o fluxo proporcional à corrente de excitação (não saturado).

2 - A operação é sob tensão constante, frequência constante , com forma de onda senoidal.

Em concordância com estas suposições, a corrente de excitação e o fluxo serão senoidais, e o valor instantâneo do fluxo será:

$$\phi_m(t) = \phi_m \cdot \text{sen}wt \quad 5.2$$

onde " ϕ_m " é o valor máximo da densidade de fluxo, e " w " é a frequência angular da fonte em radianos por segundo. Como a corrente e o fluxo são uma causa e efeito simultâneo, eles estarão em fase:

$$i_m(t) = I_m \cdot \text{sen}wt \quad 5.3$$

Diferenciando (5.2), obtém-se:

$$d\phi_m/dt = w \cdot \phi_m \cdot \text{cos}wt \quad 5.4$$

Em concordância com a suposição 1, tem-se:

$$\phi_m = FMM_m \cdot P = N \cdot I_m \cdot P \quad (P=\text{permeância}) \quad 5.5$$

o qual, quando substituído em (5.4) , dá :

$$d\phi_m/dt = w \cdot N \cdot P \cdot I_m \cdot \text{cos}wt \quad 5.6$$

substituindo a equação (5.6) e (5.3) em (5.1), tem-se:

$$v(t) = w(N^2P) \cdot I_m \cdot \text{cos}wt + I_m \cdot R \cdot \text{sen}wt \quad 5.7$$

onde $N^2 \cdot P$ será considerada como a indutância do circuito (L). A equação (5.7), pode ser escrita como:

$$v(t) = w \cdot L \cdot I_m \cdot \text{cos}wt + I_m \cdot R \cdot \text{sen}wt \quad 5.8$$

onde o primeiro termo é a tensão na reatância e o segundo termo é a tensão na resistência. O valor máximo da tensão imposta é dada por:

$$V_m = I_m \cdot \sqrt{w^2 L^2 + R^2} \quad 5.9$$

O valor eficaz pode ser encontrado dividindo a equação (5.9) por $\sqrt{2}$:

$$V = I \cdot \sqrt{w^2 L^2 + R^2} \quad 5.10$$

O quociente da tensão pela corrente dará a magnitude da impedância do circuito:

$$Z = V/I = \sqrt{w^2 L^2 + R^2} \quad 5.11$$

Como a impedância é uma quantidade vetorial, uma expressão completa precisa incluir o ângulo de fase entre a corrente e a tensão:

$$Z = \sqrt{w^2 L^2 + R^2} \ / \ \underline{\theta} \quad 5.12$$

onde " θ " é o ângulo de fase (wL/R)

A equação (5.1) representando a solução em regime permanente, pode agora ser escrita como:

$$V = Z \cdot I$$

e "Z" pode ser dividido em seus vetores componentes:

$$Z = jX + R \quad 5.13$$

onde " $X = wL$ " é chamada reatância do circuito, e "j" é o símbolo usual dos números complexos para denotar que a componente "X" tem uma fase avançada de 90° sobre a componente "R". Então (5.13) pode ser escrita:

$$V = jIX + IR \quad 5.14$$

Na fig. 5.1 é mostrado o diagrama vetorial da equação 5.14.

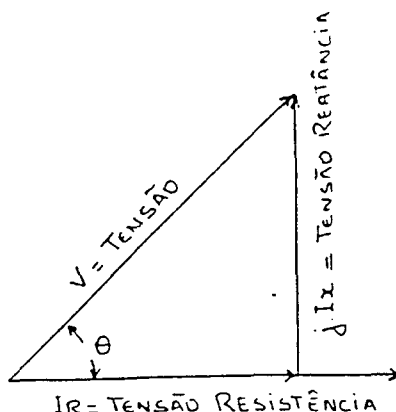


fig.5.1

A tensão na reatância pode ser expressa em termos do fluxo máximo " ϕ_m ", como segue:

$$I.X = w.L.I = \frac{w.N.\phi_m}{I_m} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{w.N.\phi_m}{\sqrt{2}}$$

substituindo $2.\pi.f$ por " w ", tem-se:

$$\text{Tensão de reatância} = E_r = 2.\pi.f.N.\phi_m / \sqrt{2} \quad 5.15$$

$$E = 4.44.f.N.\phi_{\max} \quad V$$

Esta equação serve para qualquer sistema de unidades. Logo, se " ϕ_{\max} " é expresso em Weber, a Fem " E " será obtida em volt. Ela é considerada uma das relações mais importantes da teoria de todos os equipamentos eletromagnéticos de corrente alternada, posto que relaciona o cálculo do enrolamento (N espiras) com o fluxo magnético do núcleo (ϕ_{\max}) quando se especificam as condições elétricas de funcionamento (V e f). Constitui a relação geral entre o valor eficaz da tensão gerada por um fluxo variável senoidal e o valor máximo deste fluxo.

Nos diversos casos em que é desprezível a queda ôhmica, a tensão induzida pelo fluxo é quase igual a tensão entre os terminais.

Portanto, quando se aplica uma tensão senoidal aos terminais de um

enrolamento, "o valor máximo do fluxo no núcleo", vem determinado pelo valor eficaz da mesma, pela frequência da tensão aplicada e pelo número de espiras do enrolamento.

Ou seja:

$$\phi_{\max} = \frac{E}{4.44.f.N} \quad 5.16$$

Quando "E" é dado em volt, " ϕ_{\max} " resulta em weber.

O valor do fluxo é independente das dimensões e qualidade do núcleo magnético. As dimensões e a qualidade do núcleo determinam, não obstante, a intensidade da corrente de excitação requerida para criar o fluxo no núcleo.

5.3 - Corrente de Excitação

A corrente de excitação pode ser decomposta em suas componentes [10].

- Corrente de Magnetização (I_m)
- Corrente de Perdas (I_p)

A corrente magnetizante é responsável pelo fluxo que acopla os enrolamentos primário e secundário (anel de curto-circuito). É sempre desejável que esta corrente seja a menor possível, de acordo com os materiais magnéticos utilizados e apreciando o aspecto econômico do projeto.

A corrente de perdas é originada da energia dispendida na orientação cíclica dos domínios magnéticos (perdas por histerese) e das perdas produzidas pelas correntes denominadas parasitas (foucault) nas chapas dos núcleos ferromagnéticos.

5.3.1 - Corrente de Magnetização

O objetivo fundamental, no projeto de um circuito magnético, é o de determinar a força magnetomotriz (FMM) necessária para se obter um fluxo " ϕ " na secção desejada do circuito.

A lei fundamental dos circuitos magnéticos é a "Lei de Ampère" que diz: "A integral de linha da intensidade de campo \vec{H} ao longo de um caminho fechado é

igual à soma da corrente concatenada com as espiras no percurso deste caminho, ", ou seja [10].

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = N \cdot I \quad 5.17$$

O circuito magnético mais simples consiste num núcleo de material magnético toroidal, como visto na fig. 5.2a , ao passo que um circuito como o da fig. 5.2b , já apresenta um grau de dificuldade de cálculo muito maior, pois parte do mesmo se fecha através do ar.

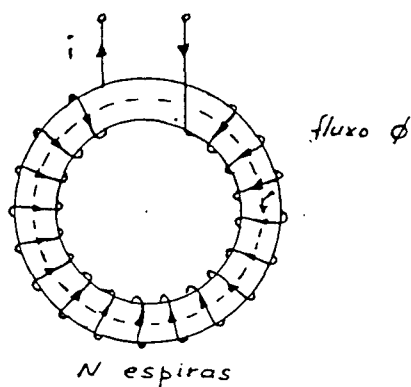


Fig. 5.2a

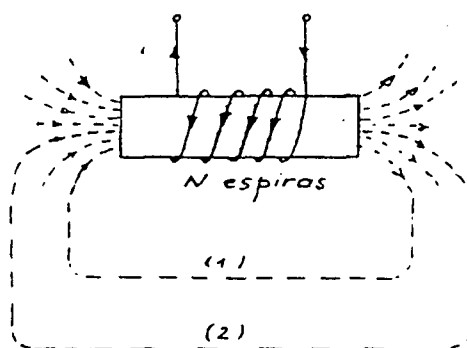


Fig. 5.2b

Tanto para a linha de fluxo da fig. 5.2a como para qualquer das linhas, aleatoriamente tomadas, 1 e 2, da fig. 5.2b , a expressão (5.17) é válida. A forma e o comprimento da linha escolhida não influi no resultado. Quanto mais longa for a linha escolhida, maior o número de elementos "dl" e menores as intensidades de campo "H", tomadas ao longo do caminho, de modo que o resultado é constante. É, no entanto, necessário que as linhas escolhidas concatenem todas as "N" espiras, pelas quais circula a corrente "I". No circuito da fig. 5.2a o campo magnético fica todo ele, praticamente, concentrado no núcleo toroidal, ao passo que, no circuito da fig. 5.2b , o campo se dispersa por todo o espaço ao redor do núcleo magnético sobre o qual estão enroladas as "N" espiras. Determinada a FMM = N.I e, conhecido o número

de espiras, determina-se a "corrente magnetizante (I)".

A intensidade de campo "H" pode ser dada por B/μ , em que "B" é a indução magnética e " μ " a permeabilidade magnética absoluta do meio. Assim, tem-se:

$$\oint \vec{B}/\mu \cdot d\vec{l} = NI \quad \text{onde} \quad \mu = \mu_0 \cdot \mu_r \quad 5.18$$

sendo: H = intensidade de campo magnético, em ampére/metro (A/m)

B = indução magnética em tesla (T)

I = intensidade de corrente, em ampére (A)

μ = permeabilidade magnética absoluta do meio, em Henry/m (H/m)

μ_0 = permeabilidade magnética absoluta do vácuo $4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m

μ_r = permeabilidade magnética relativa do meio (adimensional)

Através da expressão (5.18) obtém-se a expressão fundamental dos circuitos magnéticos.

O método de determinação da corrente de excitação é executado, tomando-se um circuito magnético excitado com tensão alternativa senoidal e supondo inexistente a queda de tensão ($R \cdot i(t)$) no enrolamento (corrente pequena). Daí, tem-se:

$$V_1(t) = e_1(t)$$

Pela Lei de Faraday

$$e_1(t) = d\lambda(t)/dt = N_1 \cdot d\phi_m(t)/dt$$

Tendo-se

$$e_1(t) = e_{1\max} \cdot \cos \omega t$$

ocorrerá

$$\phi_m(t) = \phi_{\max} \cdot \sin \omega t$$

$$B(t) = B_{\max} \cdot \sin \omega t$$

A fem, sendo a derivada de um fluxo senoidal, está adiantada, em relação a este 1/4 de período. Consequentemente estará adiantada também da corrente que produz o fluxo. A figura 5.3 apresenta a curva de magnetização desse circuito magnético, sendo o mesmo constituído por um núcleo de material ferromagnético excitado por uma FMM constituída por "N" espiras pela qual circula a corrente " I_m ".

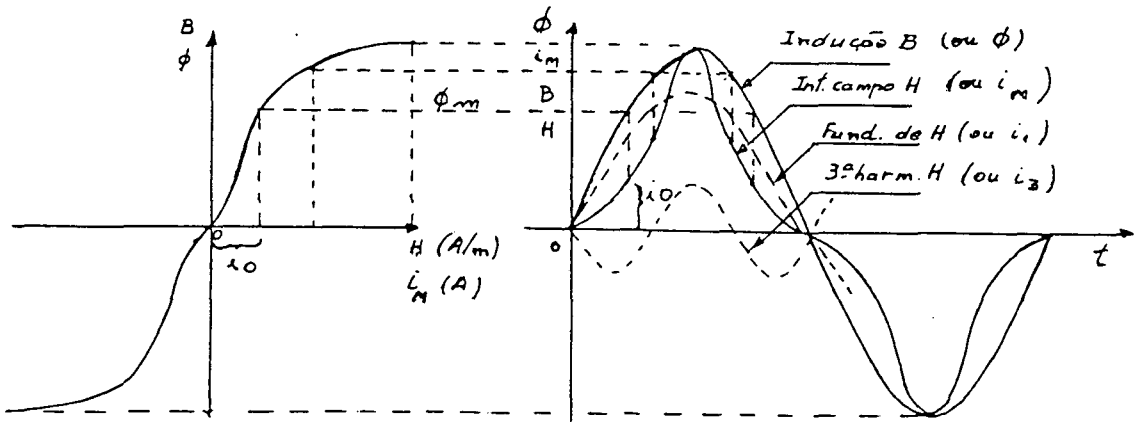


Fig. 5.3a

Fig. 5.3b

Para a construção da forma da onda, adota-se o seguinte procedimento.

- Para um determinado instante, determina-se o valor de ϕ_m ;
- Para este valor de ϕ_m (crescente ou decrescente), verifica-se na curva de magnetização o valor de " i_0 ";
- Transporta-se para o dado " t ", o valor de " i_0 " correspondente e, assim, obtém-se um ponto da curva de " i_0 ";
- Repetir o processo para outras partes e traçar a forma de onda da corrente.

Pelo formato distorcido da corrente de magnetização " i_m " ou a intensidade de campo $H = N \cdot i_m / l_{fe}$, ambos serão compostos por uma fundamental " $i_1 = I_1 \cdot \sin \omega t$ " e harmônicas ímpares (ciclo de histerese simétrico) " $i_3 = I_3 \cdot \sin 3\omega t$, $i_5 = I_5 \cdot \sin 5\omega t$ ", etc. Então:

$$i_m = I_1 \cdot \sin \omega t + I_3 \cdot \sin 3\omega t + I_5 \cdot \sin 5\omega t + \dots \quad 5.19$$

Do mesmo modo:

$$H = H_1 \cdot \sin \omega t + H_3 \cdot \sin 3\omega t + H_5 \cdot \sin 5\omega t + \dots \quad 5.20$$

Não foram desenhadas na fig. 5.3b, as demais harmônicas além da 3^a, no entanto, dependendo das induções máximas atingidas no núcleo, elas existem, com maior ou menor intensidade, na composição da forma de onda da corrente ou intensidade de campo resultante.

5.3.2 - Corrente de Perdas

Como já foi dito anteriormente, as perdas magnéticas são de duas naturezas; perdas por histerese (P_h) e perdas por correntes parasitas ou de Foucault (P_f). Estas perdas são representadas pela resistência " R_p ", pela qual circula a corrente de perdas " $i_p = i_f + i_h$ ", estando a mesma representada no circuito equivalente, em paralelo com a reatância de magnetização " X_m ", pela qual circula a corrente de magnetização.

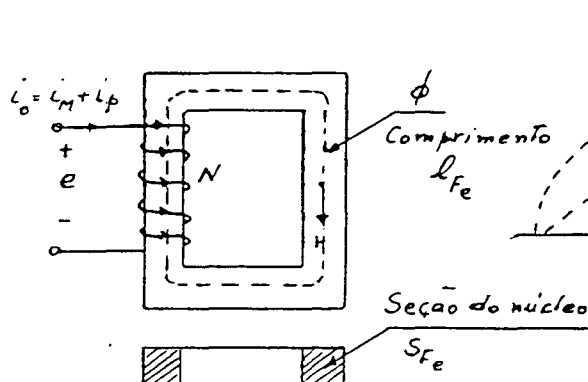


Fig. 5.4a

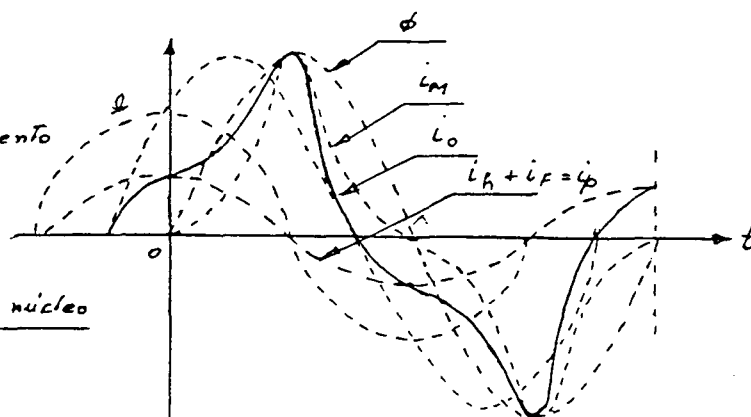


Fig. 5.4b

A corrente de perdas " i_p " está pois, em fase com a tensão " e " da fig. 5.4a e, portanto, em avanço de 90° em relação ao fluxo " ϕ_m ". Esta corrente está representada na fig. 5.4b que, composta com a corrente de magnetização " i_h ", resulta na corrente de excitação:

$$i_o(t) = i_m + i_p = I_1 \cdot \sin \omega t + I_3 \cdot \sin 3\omega t + \dots + I_{pmax} \cdot \cos \omega t \quad 5.21$$

cujo valor eficaz é dado por :

$$I_o = \sqrt{\frac{I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_{pmax}^2}{2}} \quad 5.22$$

em que I_{pmax} é o valor máximo da corrente de perdas.

Sendo:

$$I_p = \sqrt{\frac{I_{pmax}^2}{2}} \quad 5.23$$

os valores eficazes das correntes de perdas magnéticas e magnetizantes, resulta:

$$I_o = \sqrt{I_p^2 + I_m^2} \quad 5.24$$

cujo diagrama vetorial é dado por:

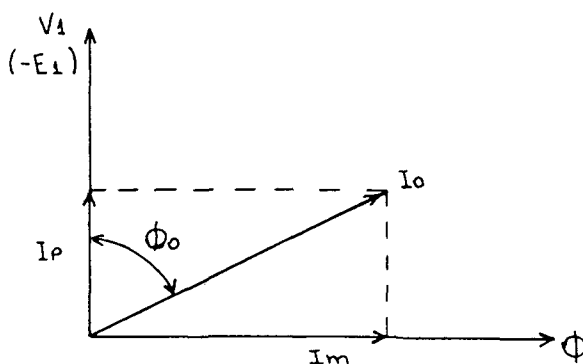


Fig. 5.5

ou seja:

a) I_p - Corrente ativa ou de perdas, responsável pelas perdas no núcleo e está em fase com a tensão aplicada $V_1(-E_1) = I_o \cdot \cos \phi_o$.

b) I_m - Corrente magnetizante ou reativa, responsável pela criação do fluxo magnético (ϕ_m) e está atrasada de 90° em relação a $V_1(-E_1) = I_o \cdot \sin \phi_o$.

OBS 1: Pode-se verificar na composição da forma da corrente de excitação a influência da corrente de perdas. Isto se deve ao fato de que as correntes de Foucault são proporcionais à variação na unidade de tempo da indução magnética e, portanto, da forma de onda senoidal e proporcional em cada instante à fem induzida no enrolamento de excitação. O sentido das correntes de Foucault é tal, que se opõe à FMM aplicada exteriormente que tende a fazer variar o fluxo; quer dizer, embora a derivada com respeito ao tempo seja positiva, as correntes de Foucault circulam nas lâminas no sentido inverso com respeito ao sentido positivo do fluxo. Portanto, ter-se-á que suprir, mediante o enrolamento, uma componente senoidal da FMM no sentido positivo, a fim de compensar o efeito das correntes de Foucault (redução do fluxo) e permitir que a variação do fluxo permaneça inalterada no valor que induz no enrolamento a fem necessária para contrabalançar a tensão externa aplicada (V_1).

OBS 2: Em geral, quando se aumenta a indução magnética máxima, a corrente de excitação assume uma forma de onda mais aguda.

OBS 3: Pode-se ainda considerar o efeito do entreferro como forma de diminuir a presença da 3ª harmônica na forma de onda da corrente de excitação. Inserindo-se um entreferro em um circuito magnético, estar-se-á aumentando a FMM necessária para manter o fluxo constante e portanto, a corrente. A componente da corrente será senoidal, posto que o fluxo varia senoidalmente. Como esta componente adicional está em fase com o fluxo, soma-se diretamente à da componente seno fundamental (I_m) da corrente de excitação. As demais componentes da corrente de excitação permanecem praticamente invariáveis, já que não se alteram especialmente nas condições da parte de ferro do núcleo magnético. Portanto, o entreferro incrementa o valor eficaz da corrente de excitação, e enquanto as harmônicas permanecem invariáveis, tem-se que a porcentagem de contribuição das harmônicas na corrente de excitação fica mais reduzida e a forma de onda da corrente de excitação fica mais aproximada da senoidal.

Entretanto, deve-se manter em um projeto certo compromisso entre alguns parâmetros, pois aumentando o entreferro diminui-se o coeficiente de auto-indução da bobina.

5.3.3 - Considerações sobre a Corrente de Excitação

Resumindo o caso da corrente de excitação deformada, pode-se fazer algumas considerações [11].

a) Essa corrente $i_o(t)$, é uma função do tempo, periódica, alternante, com simetria de meio período (desprezada a componente de perdas), comportando apenas componentes harmônicas ímpares na série de Fourier e, em particular, com predomínio da terceira harmônica. A decomposição dessa onda em harmônicas é bastante trabalhosa. Além disso, sendo essa onda uma função nem ímpar nem par, terá os termos seno e cosseno.

b) Para a maior parte dos efeitos práticos, essa corrente $i_o(t)$ pode ser substituída por uma onda senoidal equivalente, que tenha mesmo período (mesma frequência) da componente fundamental e mesmo valor eficaz da onda original, dado pela raiz quadrada da soma dos quadrados dos valores eficazes das componentes harmônicas. Essa senoidal fictícia, idealizada apenas para efeito de análise, está representada em pontilhado na fig. 5.4b . Isso possibilita o tratamento dessa corrente como grandeza senoidal, permitindo transformações, diagrama de fasores, etc

c) Nota-se na fig. 5.4b que essa senoidal equivalente não está em fase em relação a $e(t)$. Isso significa que $i_o(t)$ comporta duas componentes, uma em fase com $e(t)$ que é chamada $i_p(t)$ e outra defasada (em atraso) $1/4$ de período, e que é chamada $i_m(t)$. Na fig. 5.5 está a representação fasorial dessas componentes (senoidais) da senoidal equivalente $i_o(t)$.

d) Como $i_m(t)$ está defasada $1/4$ de período em relação a $e_1(t)$, está em fase com $B(t)$ ou $\phi(t)$. É essa componente que magnetiza o núcleo, ou seja, é a corrente magnetizante. A corrente que produz o fluxo está em fase com ele e defasada $1/4$ de período da fem. Ela acarreta, portanto, uma potência reativa, chamada potência reativa de magnetização do núcleo, dada pelo produto dos valores eficazes de $e_1(t)$ e $i_m(t)$.

$$P_r = E_1 \cdot I_m \quad 5.25$$

e) Quanto a $i_h(t)$ (parcela da corrente total de Perdas $I_p = I_h + I_f$), estando em fase com $e_1(t)$ acarreta uma potência ativa, que nada mais é que a perda histerética do núcleo.

$$P_h = E_1 \cdot I_h \quad 5.26$$

Essa componente I_h , em fase com a fem, apareceu pelo fato do ciclo de histerese ter espessura. Repetindo-se a construção da fig. 5.4b com o ciclo de histerese reduzido a uma linha curva passando pela origem, obter-se-ia uma corrente $i_o(t)$ ainda deformada, porém, só com componente em fase com $B(t)$ ou $\phi_m(t)$, ou seja, somente corrente magnetizante. Se além disso, a linha fosse uma reta, não existiria a corrente I_h e obter-se-ia uma corrente final sem deformação.

f) Na verdade, a chamada corrente total de excitação, que aparece na bobina com núcleo ferromagnético (vazio), é uma corrente " $i_o(t)$ ", defasada de $e_1(t)$ por um ângulo entre 0 e 90° , tendo seu valor aumentado, pois no núcleo existe ainda a perda Foucault (parcela da corrente total de Perdas $I_p = I_h + I_f$) que deve ser absorvida da linha, através de uma corrente " $i_f(t)$ em fase com $e_1(t)$."

$$P_f = E_1 \cdot I_f \quad 5.27$$

Para o caso da curva de magnetização (ciclo de histerese) em que nos valores de $H(t)$ tomados dessa curva estejam incluídos, além de $i_m(t)$ e $i_h(t)$, também $i_f(t)$ resultando então a corrente de excitação $i_o(t)$. Logo, a potência aparente será o produto do valor eficaz dessa corrente pelo valor eficaz de $e_1(t)$, isto é:

$$P_o = E_1 \cdot I_o \quad 5.28$$

e incluirá a potência de magnetização, a perda histerética e a perda Foucault. Esta é a potência aparente de excitação, e pode ser escrita sob a forma:

$$P_o = \sqrt{P_r^2 + (P_h + P_f)^2} \quad 5.29$$

Sendo $i_f(t)$ também uma componente em fase com $e_1(t)$ e, portanto, com $i_h(t)$, o valor da soma será a corrente $i_p(t)$ já definida em parágrafos anteriores. Então a corrente de excitação senoidal equivalente será a soma dos fatores " I_p " e " I_m ".

$$I_o = I_p + I_m \quad 5.30$$

Tomando-se E_1 como referência, tem-se:

$$I_o = I_p - j I_m \quad 5.31$$

onde " I_p " é uma corrente em fase com E_1 e $j.I_m$ está atrasada 90° ($-j$) em relação a E_1 . O valor eficaz será :

$$I_o = \sqrt{I_p^2 + I_m^2}$$

ou ainda:

$$I_o = \frac{P_o}{V_1 \cdot \cos \phi_o} \quad \text{onde } \phi_o \text{ é a defasagem entre } V_1 \text{ e } I_o.$$

Naturalmente, é de interesse prático, que as perdas sejam as menores possíveis. Para que tal ocorra, a corrente a vazio deve ser, em quase sua totalidade, utilizada para a magnetização do núcleo; em consequência, tem-se:

$$I_m \gg I_p \quad 5.32$$

Assim, o valor do ângulo " ϕ_o " será o maior possível e o $\cos \phi_o$ (fator de potência a vazio) possuirá baixos valores.

É comum considerar-se que a corrente em vazio é igual a de magnetização, pois devido a expressão (5.32) o erro não é significativo.

5.3.4 - Cálculo da Corrente de Excitação (I_o), das Perdas no Núcleo (P_o) e Corrente de Perdas (I_p)

Nos cálculos de " I_o ", o mais interessante do ponto de vista prático, é utilizar certas curvas fornecidas pelos fabricantes de materiais (chapas para núcleos).

O ponto de partida para o cálculo da corrente de excitação é a fixação da indução máxima " B " admitida para a chapa magnética com que será construída o núcleo do equipamento. Esta indução será escolhida nas proximidades do joelho da curva de excitação [$N.I_o/m = f(B)$], ampéres-espiras por metro em função da

indução, de modo que a corrente de excitação não ultrapasse o valor especificado. É claro que este cálculo é iterativo, pois, corrente de excitação e a indução são funções uma da outra e um bom projeto procura sempre encontrar um valor de indução que resulta em um valor de corrente de excitação tão próxima do valor especificado. Dado o valor da indução "B" determina-se, na curva de excitação, o valor da intensidade eficaz (I_0/m ou A/m) ampère/metro, resultando então, o valor da FMM de excitação dada por [10].

$$FMM = N.I_0 = (I_0/m).l_{fe} \quad 5.33$$

em que " l_{fe} " é o comprimento médio do núcleo do circuito magnético. O valor do número de espiras é obtido da expressão da fem.

$$E = 4.44.\phi.f.N = 4.44.B.S_{fe}.f.N \quad (V) \quad 5.34$$

em que " S_{fe} " é a secção líquida do ferro do núcleo. Logo:

$$N = E/4.44.B.S_{fe}.f \quad (\text{espiras}) \quad 5.35$$

Portanto, o valor da corrente de excitação será dado por:

$$I_0 = (I_0/m).l_{fe}/N \quad (A) \quad 5.36$$

O número de espiras dado pela expressão (5.35) deve ser um número inteiro, o que resulta na necessidade de ser feita uma pequena correção no valor da indução "B".

O cálculo da $FMM = N.I_0$ através da expressão (5.33) é realizado encontrando o comprimento médio do circuito magnético " l_{fe} ".

Como em muitos casos ocorre certa dificuldade em se determinar o comprimento médio do circuito magnético, utilizam-se vantajosamente, as curvas de magnetização que fornecem os Volts-Ampère/kg e Watts/kg do material em função da indução "B". As curvas VA/kg são derivadas das curvas $(I_0/m)=f(B)$, pois sendo:

$$E = 4.44.B.S_{fe}.N \quad V \quad e$$

$$E.I_0 = 4.44.B.S_{fe}.f.N.I_0 \quad VA \quad 5.37$$

$$N.I_o = \frac{E.I_o}{4.44.B.Sfe.f} = (I_o/m).lfe \quad 5.38$$

Outrossim, a massa do núcleo de ferro é dada por:

$$M = Sfe.lfe.\gamma \quad (kg) \quad 5.39$$

em que " γ " é a massa específica do material do núcleo.

Substituindo a expressão (5.39) na (5.38) resulta:

$$\frac{I_o}{m} = N.I_o = \frac{\gamma}{4.44.f.B} \cdot \frac{E.I_o}{M} \quad (A/m) \quad 5.40$$

portanto:

$$\frac{E.I_o}{M} = \frac{4.44.f.B.(I_o/m)}{\gamma} \quad (VA/kg) \quad 5.41$$

Como a parcela $4.44.f/\gamma$ é constante, dado o valor de "B", corresponde um valor de (I_o/m) nas curvas $B(I_o/m)$ e, conseqüentemente, um único valor para VA/kg. Assim sendo, dado o valor da indução "B", entra-se com este valor na curva de excitação $VA/kg = f(B)$ e obtém-se o valor de VA/kg.

Conhecida a massa "M" do núcleo, a corrente de magnetização será dada por:

$$I_o = \frac{VA/kg.M}{E} \quad (A) \quad 5.42$$

Da curva $W/kg = f(B)$, obtém-se o valor de W/kg e as perdas no ferro serão :

$$P_o = (W/kg).M \quad (W) \quad 8.63$$

$$\text{Daí,} \quad I_p = \frac{P_o}{E} \quad (A) \quad 8.64$$

5.3.5 - Cálculo da Corrente de Magnetização (I_m) e Potência Reativa (P_r)

Nos cálculos de " I_m ", o mais interessante, é utilizar também certas curvas fornecidas pelos fabricantes de materiais, chapas para núcleos, que podem ser chamadas curvas de magnetização aparente em CA, ou curvas de magnetização em valores eficazes [11].

Imaginemos um corpo de prova de material ferromagnético, de comprimento " l " e secção de área " S ", submetido a uma magnetização cíclica com " $\phi(t)$ " senoidal, por meio de uma bobina de " N_1 " espiras. A densidade de fluxo $B(t)$ varia entre os extremos "+ B_{max} " e "- B_{max} " do ciclo de histerese. A FMM de excitação, bem como a intensidade de campo $H(t)$ e a corrente de excitação $I_o(t)$ variam entre os extremos "+ H_{max} " e "- H_{max} " e "+ $I_{o_{max}}$ " e "- $I_{o_{max}}$ ".

Medindo-se através de instrumentos de medidas adequados (instrumentos de ferro móvel, por exemplo), o valor eficaz dessa corrente, obtém-se o valor eficaz da corrente de excitação senoidal equivalente " I_o ". Ainda se através de medidas, for tomado apenas o valor eficaz da componente reativa (I_m) dessa corrente, pode-se construir uma curva dos valores eficazes da intensidade de campo " H " em função do valor máximo de $B(t)$, utilizando a relação:

$$H \text{ eficaz} = H_{ef} = N_1 \cdot I_m / l$$

Quando se conhece a massa do corpo de prova, pode-se traçar uma curva, também muito usada, da potência reativa específica de magnetização em função da amplitude de $B(t)$, ou seja, " B_{max} ".

Tem-se então, que não só a potência ativa perdida no núcleo (perda histerética mais a de Foucault) é proporcional ao volume (ou à massa) do mesmo, mas também a potência reativa de magnetização. Para maior simplicidade, faz-se:

$$V_1(t) = E_1(t)$$

Como já visto, o valor eficaz da fem senoidal é proporcional à frequência, à quantidade de espiras " N_1 " e a " ϕ_{max} ", ou seja:

$$E_1 = K \cdot f \cdot N_1 \cdot B_{max} \cdot (S \cdot K_e)$$

5.45

onde " K_e " é o fator de empilhamento.

Por outro lado, o valor eficaz da senóide equivalente de " I_m " é:

$$I_m = H_{ef} \cdot l / N_1 \quad 5.46$$

Sendo a potência reativa dada por:

$$P_r = E_1 \cdot I_m \quad (\text{var}) \quad 5.47$$

substituindo-se " E_1 " e " I_m ", conclui-se que, para cada frequência $f = \omega / 2\pi$, obtém-se:

$$P_r = K' \cdot B_{\max} \cdot H_{ef} \cdot (l \cdot S \cdot K_e) \quad 5.48$$

onde $l \cdot S \cdot K_e = V_{ol}$

Se a cada B_{\max} corresponde um H_{ef} , pode-se dizer que, para cada B_{\max} , a potência reativa de magnetização é proporcional ao volume (ou a massa) do núcleo a magnetizar. A utilização dessas curvas para determinação de " I_m " é feita de maneira análoga à anterior.

Se o circuito magnético fosse ideal, no que diz respeito à magnetização, equivaleria a ter permeabilidade " $\mu = \infty$ " e a corrente " I_m " seria nula.

5.3.6 - Reatância Equivalente de Magnetização

Se é necessário que o circuito magnético absorva uma corrente " I_m " defasada 90° de " E_1 ", para que ocorra o fluxo " ϕ_m " com densidade " B ", pode-se a partir do que já foi exposto, definir um novo parâmetro, tal como definido pela relação entre a fem e a corrente de perdas no núcleo (R_p). Esse novo parâmetro é dado pela relação entre os valores eficazes de " E_1 " e " I_m " [11].

$$X_m = E_1 / I_m \quad \text{ou} \quad X_m = E_1^2 / P_r \quad (E_1 \sim V_1) \quad 5.49$$

onde P_r = Potência Reativa

Deve-se notar que esse novo parâmetro é de natureza reativa indutiva, porque absorverá uma corrente " I_m " atrasada 90° em relação a uma tensão " E_1 " que lhe foi aplicada. O fato de a corrente " I_m " ser indutiva já foi abordado anteriormente. Em notação complexa, as relações de módulo e fase ficam:

$$E_1 = j \cdot X_m \cdot I_m \quad \text{ou} \quad E_1 = X_m \cdot I_m \angle 90^\circ$$

Dá-se a " X_m " o nome de "reatância equivalente de magnetização". Apresenta um interesse semelhante ao do parâmetro " R_p ". Tudo se passa, para efeito de cálculo, como um parâmetro concentrado que absorvesse uma corrente " I_m " atrasada 90° em relação a " E_1 ", e fosse localizado fora do enrolamento de um circuito magnético que fosse "ideal" no que diz respeito à magnetização (permeabilidade infinita).

$$\text{Sendo } X_m = w \cdot L_m = \frac{w \cdot N_1^2}{2 \cdot \Pi \cdot f} = 2 \cdot \Pi \cdot f \cdot L_m \quad 5.50$$

$$\text{ou ainda : } L_m = \frac{X_m}{2 \Pi f} \quad \text{ou} \quad L_m = N_1^2 / R \quad 5.51$$

onde " L_m " é indutância de magnetização e " R " é a relutância do circuito magnético.

5.4 - Efeito da Presença de um Entreferro no Circuito Magnético sobre os Parâmetros " R_p " e " X_m ".

Supondo que as condições de densidade de fluxo (B_{\max}), tensão e frequência permaneçam as mesmas (fixadas), as perdas no núcleo para a parte de ferro do núcleo permanecem invariáveis. Suponha-se que não haja perdas no entreferro. Por conseguinte, as perdas totais no núcleo são as mesmas. As perdas no núcleo, representados por " R_p ", não resultam afetadas pelo entreferro.

Pelo contrário, o entreferro incrementa a relutância do caminho magnético do núcleo. Portanto, requer uma FMM maior (corrente de magnetização). A FMM para a parte de ferro permanece a mesma. O incremento se deve a FMM adicional requerida para estabelecer o mesmo fluxo no entreferro. O fluxo e a corrente de magnetização para o entreferro, podem ser calculados da seguinte maneira:

No entreferro, $B_{\max} = \mu_0 \cdot H_{\max}$, onde μ_0 é a permeabilidade do entreferro ($4 \cdot \Pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$). A partir de B_{\max} fixado, determina-se " H_{\max} ". Como o entreferro é um meio linear, a força magnetomotriz varia senoidalmente (corrente sem harmônicas) quando a densidade de fluxo varia senoidalmente. A corrente de magnetização senoidal que corresponde à força de magnetização se obtém da seguinte expressão:

$$H_{ef} = N \cdot I_{ef} / l$$

onde "l" é o comprimento do entreferro e "N" é o número de espiras do enrolamento.

Tem-se agora, o valor anteriormente calculado da corrente de magnetização "I_m" (sem entreferro), e o valor então calculado "I_e" (com entreferro).

Estritamente falando, estes dois valores eficazes não deverão somar-se diretamente para se obter a corrente de magnetização total, porque "I_m" representa uma corrente não senoidal. Se a corrente de magnetização da parte de ferro é expressa em Série de Fourier, então a corrente "I_e" para o entreferro deverá ser somada a sua componente fundamental e o valor eficaz da corrente de magnetização total deverá ser calculado pela expressão resultante. Entretanto, o valor não resulta em muita diferença se efetuada diretamente a soma destas correntes.

$$I_{m \text{ tot}} = I_m + I_e \quad 5.52$$

$$\text{O valor correspondente é} \quad X_m = V / I_{m \text{ tot}}$$

Portanto, "X_m" ou "L_m" será afetada pela variação do entreferro.

5.5 - FORÇAS MAGNÉTICAS EM CIRCUITOS CA

5.5.1 - Aspectos Gerais

Para circuitos magnéticos em C.A., nas expressões que fornecem o valor da força desenvolvida (variável no tempo), são obtidos os valores instantâneos da mesma. Na prática, quando as excitações são em correntes alternadas senoidais, interessam muitas vezes, mais os valores médios das forças em regime permanente do que os valores instantâneos. Por exemplo, um dinamômetro aplicado à armadura de um eletroímã, excitado em C.A. de 60 HZ, registra o valor médio da força, embora essa força seja alternada. Para um motor que tenha conjugado mecânico alternado em seu eixo, interessa o valor médio desse conjugado para o cálculo da potência mecânica.

Nos itens seguintes, são apresentadas as diversas situações nas quais tem-se forças magnéticas envolvidas e são realizadas análises para aquelas que apresentam maior interesse para o estudo específico (Contatores CA) [9].

5.5.2 - Natureza da Força de um Eletroímã em C.A.

1 - Operação Monofásica: Na fig. 5.6 é mostrado um diagrama esquemático de um eletroímã monofásico. Assumindo uma tensão aplicada senoidal e uma tensão na reatância grande comparada com a tensão na resistência, a onda de fluxo será senoidal.

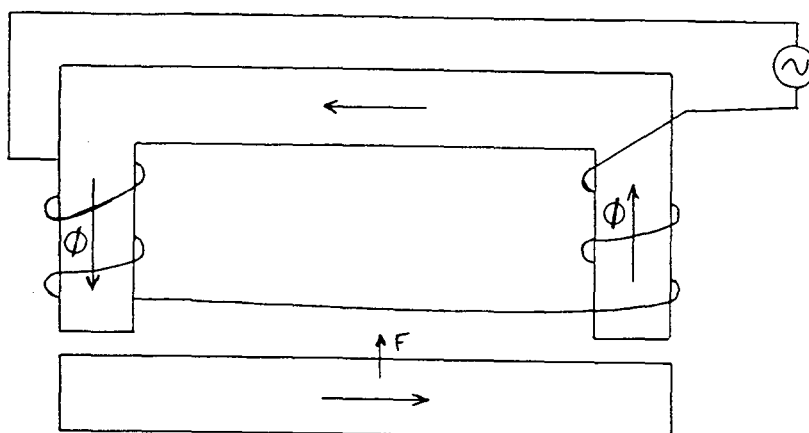


Fig 5.6

A densidade de fluxo no entreferro será senoidal e seu valor instantâneo será " $B_m \cdot \text{sen} \omega t$ ". A força instantânea entre a armadura e as faces dos polos será dada por:

$$F = \frac{B^2 \cdot S}{2 \cdot \mu_0} \quad \text{e} \quad F_{\text{instantânea}} = \frac{(B_m \cdot \text{sen} \omega t)^2 \cdot S}{2 \cdot \mu_0} \quad 5.52$$

Na fig. 5.7 são mostradas a forma de onda senoidal da densidade de fluxo e a da Força instantânea, a qual é o quadrado da onda de fluxo. A força pulsa de zero a um máximo duas vezes cada ciclo. Matematicamente, isto pode ser demonstrado por uma força constante somada a uma força alternada senoidal, tendo duas vezes a frequência da fonte.

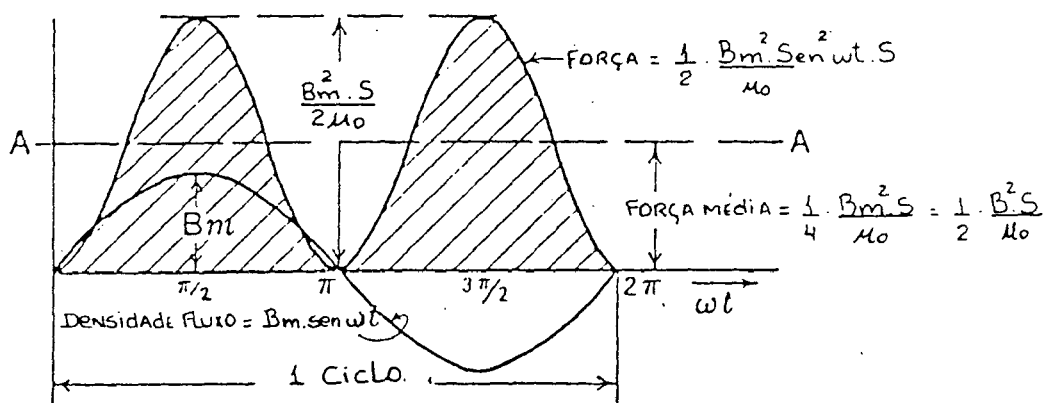


Fig 5.7

$$F_{\text{inst.}} = \frac{S \cdot B_m^2 \cdot \sin^2 \omega t}{2 \cdot \mu_0} = \frac{S \cdot B_m^2}{2 \cdot \mu_0} \left[\frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \right]$$

$$F_{\text{inst.}} = \frac{S \cdot B_m^2}{4 \cdot \mu_0} - \frac{S \cdot B_m^2 \cdot \cos 2\omega t}{4 \cdot \mu_0} \quad 5.54$$

O primeiro termo é a força média sobre o ciclo e representa o que é usualmente chamada força útil.

$$\text{Força útil} = \text{Força média} = \frac{B_m^2 \cdot S}{4 \cdot \mu_0} \quad 5.55$$

Esta força pode também ser expressa em termos dos valores eficazes da densidade de fluxo $B = B_m / \sqrt{2}$,

$$F_{\text{média}} = \frac{B^2 \cdot S}{2 \cdot \mu_0} \quad 5.56$$

que é exatamente a mesma fórmula usada para operação em corrente contínua. Este valor médio é mostrado pela linha pontilhada "A-A" da fig. 5.7, e é exatamente o meio entre o zero e o valor de pico da curva instantânea.

O segundo termo de equação 5.54 é a componente alternada da força. Ela tem uma frequência dupla da corrente de excitação (no caso $2 \times 60 = 120$ HZ) oscilando sobre o valor médio. Portanto, dependendo dos parâmetros do sistema, principalmente a massa da parte móvel e as constantes das molas, as amplitudes da aceleração e do deslocamento vibratório podem ser intensas. Como forma de eliminar este inconveniente é adotado o método de utilização de um "anel de curto-circuito" (espira de sombra) sobre uma parcela da secção do núcleo (promover força constante - sistema bifásico).

Quando se projeta um circuito magnético de C.A., todos os cálculos são feitos em termos da densidade máxima de fluxo, " B_m ". Este é o valor o qual é o limite definido pela saturação do ferro. Assim, fazendo-se uma comparação entre a potência de retenção de um eletroímã de C.A. e outro de C.C., ambos tem o mesmo limite de densidade máxima de fluxo magnético e daí o mesmo pico de força (força máxima), mas a força média do C.A., será somente a metade daquela de C.C.. Consequentemente, segue que, considerando a força média produzida, o eletroímã de C.A. utiliza efetivamente o ferro somente a metade do que o correspondente em C.C.

2 - Operação Polifásica - Duas Fases : Supõe-se que as faces dos polos de um eletroímã estejam divididas em duas secções iguais, como mostrado na fig. 5.8a, e que cada secção conduz um fluxo variável senoidal de mesma amplitude, mas em relação de fase em quadratura (90°) como mostrada na fig. 5.8b.

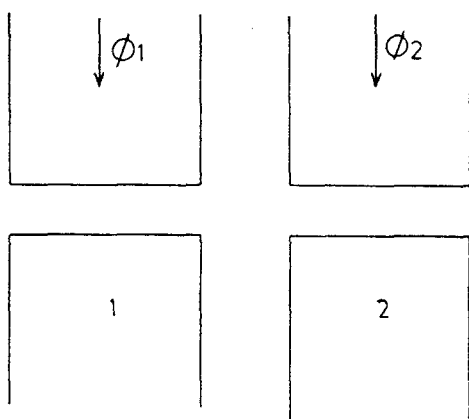


Fig. 5.8a

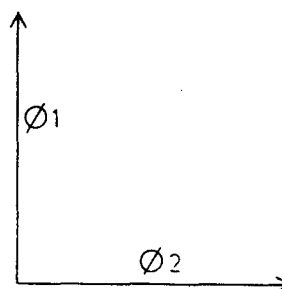


Fig. 5.8b

A curva instantânea da força para cada secção será uma senóide com pulsação do dobro da frequência da fonte, a força instantânea total será constante. As curvas das duas componentes de forças e suas relações de fase, juntos com sua força resultante constante são mostradas na fig. 5.9.

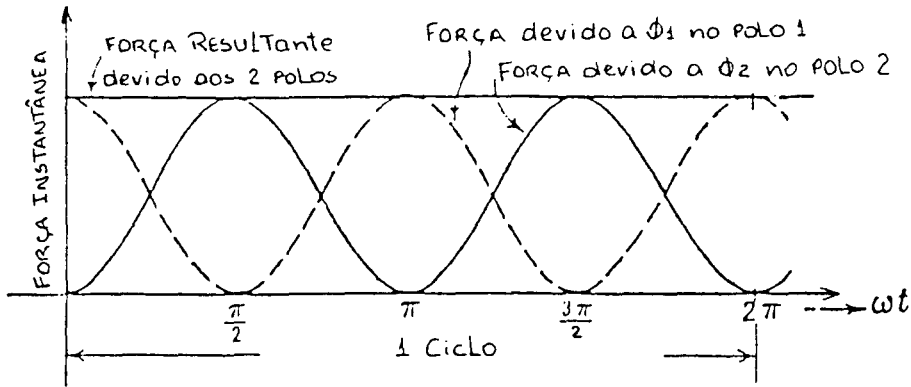


Fig 5.9

$$\text{Força devido a } \phi_1 = \frac{\phi_{1m}^2}{4 \cdot \mu_o \cdot S_1} \cdot (1 + \cos 2\omega t) \quad 5.57$$

$$\text{Força devido a } \phi_2 = \frac{\phi_{2m}^2}{4 \cdot \mu_o \cdot S_2} \cdot (1 - \cos 2\omega t) \quad 5.58$$

Somando estas equações, a força resultante efetiva sobre as faces inteiras dos polos é:

$$\text{Força Total} = \frac{\phi_{1m}^2}{4 \cdot \mu_o \cdot S_1} + \frac{\phi_{2m}^2}{4 \cdot \mu_o \cdot S_2} \quad 5.59$$

Como " $\phi_{1m} = \phi_{2m}$ " e " $S_1 = S_2$ ", tem-se:

$$\text{Força Total} = \frac{\phi_{1m}^2}{2 \cdot \mu_o \cdot S_1} = \frac{\phi_{2m}^2}{2 \cdot \mu_o \cdot S_2} \quad 5.60$$

a qual mostra que as faces dos polos conduzem um fluxo constante e igual ao valor de pico senoidal e que a força é constante e corresponde à de C.C. calculada para a metade das faces dos polos (ou seja, um polo). Enquanto a força total é constante com este arranjo, o ferro é aproveitado somente pela metade de sua efetividade máxima.

O arranjo da fig. 5.8a, mesmo que ele produza uma força constante sobre as faces internas dos polos, não é ideal, porque ele não guardará o ponto de aplicação da força no mesmo lugar. Esta mudará do centro da secção 1 para o centro da secção 2, em uma frequência dupla da correspondente à fonte. Isto causa vibrações se os polos ou armadura não forem absolutamente planos. Isto pode ser evitado, dividindo-se a secção 2 em duas partes iguais e colocadas metade de cada lado da secção 1, como mostrado na fig. 5.10. Esta manterá o centro de ação da força estacionária.

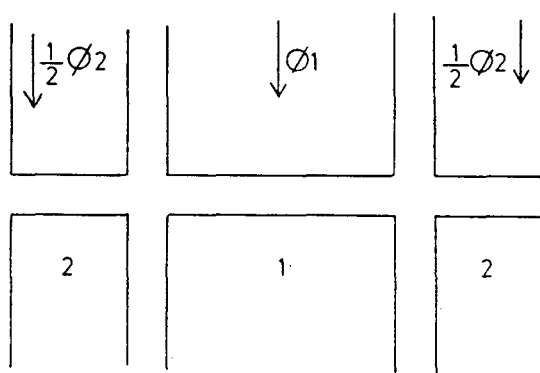


Fig 5.10

Praticamente, para realmente atingir o arranjo em quadratura polifásico da fig.5.8a, terá de construir-se um eletroímã como aquele mostrado na fig. 5.11 onde os circuitos da bobina 1 e 2 recebem suas excitações de diferentes fases de uma fonte polifásica. O arranjo mostrado é obviamente, nada mais do que dois eletroímãs monofásicos independentes, cujos núcleos são acoplados. Embora a força total na armadura seja constante, seu centro de aplicação mudará de "a" para "b" no dobro da frequência da fonte.

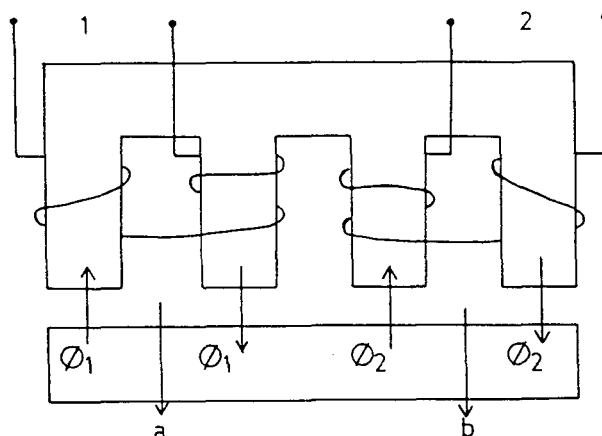


Fig. 11

Um melhor arranjo, o qual eliminaria a variação do espaço do ponto de aplicação da força, seria enrolar a fase 1 nos polos 1 e 4, e a fase 2 nos polos 2 e 3. Isto necessitaria de um núcleo de maior secção entre os polos 2 e 3.

Um arranjo mais prático de um eletroímã bifásico da fig. 5.11 é mostrado na fig. 5.12a. Aqui as duas colunas centrais são combinadas em uma única coluna, comum para ambos circuitos magnéticos, como frequentemente é feito quando constrói-se transformadores bifásicos. A coluna central de ferro não pode ser enrolada com bobinas de quaisquer fase, assim seu fluxo é o vetor resultante dos fluxos das fases como mostrado na fig. 5.12b, sua área necessitará ser somente $\sqrt{2}$ vezes maior do que as colunas externas. A força produzida pela coluna central será devido ao fluxo resultante, e pulsará entre zero e seu máximo, da mesma forma que as colunas externas. Sua posição de fase será no meio entre aquela das colunas (polos) externos, e quando combinados, produzirão uma força total na armadura, a qual é constante, mas o ponto de aplicação desta força alterará entre "a" e "b", em duas vezes a frequência da fonte.

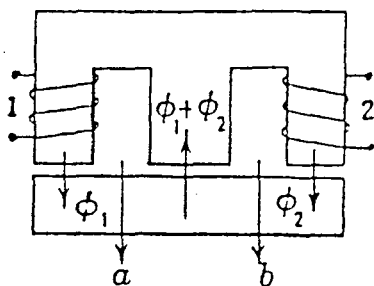


Fig 5.12a

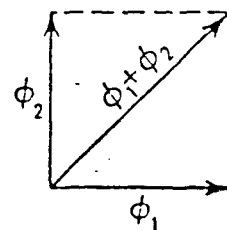


Fig. 5.12b

A fim de produzir um arranjo ideal da fig. 5.10, um eletroímã bifásico precisa ser arranjado como mostrado na fig. 5.13, ou de modo equivalente.

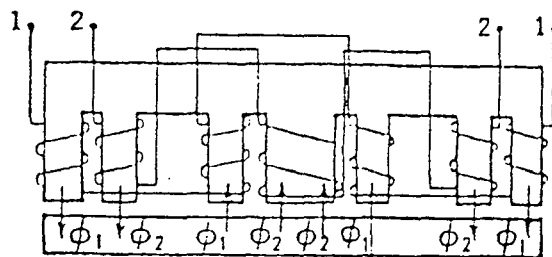


Fig. 5.13

Este dará não somente uma força resultante constante mas também um ponto de aplicação da força constante. Um apropriado projeto, de um circuito magnético dotado de anel de curto-circuito pode aproximar-se do ideal (funcionamento bifásico - defasamento 90°) para um particular entreferro.

O anel de curto-circuito provoca a passagem do fluxo através do mesmo, fazendo-o ficar fora de fase com aquele passando por fora do anel (fluxo promovido pela corrente de excitação bobina principal). A teoria sobre circuitos dotados de anel de curto-circuito será visto mais tarde.

3 - Operação Polifásica - Trifásico : Na fig. 5.14a, é ilustrada um eletroímã trifásico, tendo uma bobina de excitação em cada coluna conectada para uma diferente fase. A onda de fluxo das três colunas estarão defasadas de 120° fora de fase, como mostrado na fig. 5.14b; suas respectivas forças instantâneas são mostradas na fig. 5.15.

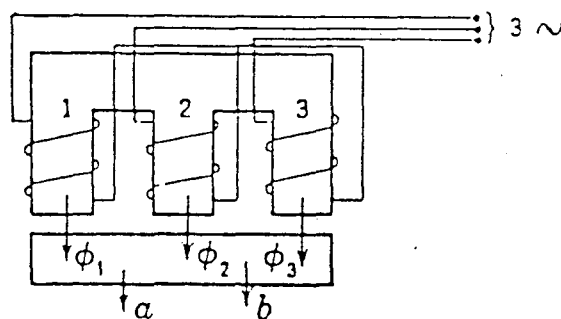


Fig. 5.14a

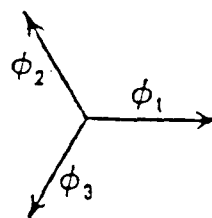


Fig. 5.14b

Como pode ser visto nesta figura, a força resultante de todos os polos, a qual é a soma das forças instantâneas dos polos individuais, é constante. O ponto de aplicação da resultante variará de (a) meio entre os polos 1 e 2 para (b) meio entre os polos 2 e 3 em duas vezes a frequência da fonte. Entretanto, como é considerada a constância da força e a variação do ponto de aplicação da força, ele é idêntico com o bifásico anterior. Do mesmo modo, a força total desenvolvida por todos os polos é 1.5 vezes o pico da força de um polo, e como existe 3 polos, o uso efetivo do ferro quando comparado para o de corrente contínua é somente a metade.

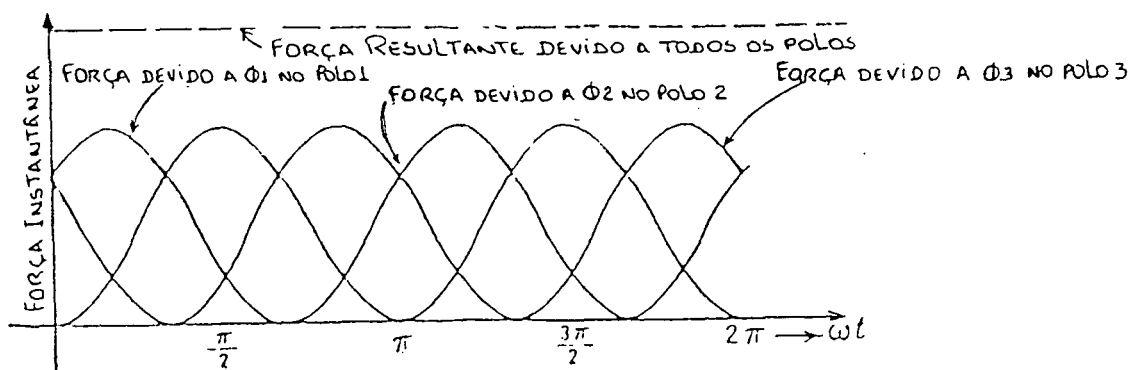


Fig. 5.15

5.5.3 - Características Gerais dos Circuitos Magnéticos Polifásicos C.A.

Resumindo, pode-se estabelecer que [9]:

- 1 - Eletroímãs polifásicos balanceados produzem uma força total a qual é constante.
- 2 - O ponto de aplicação da força resultante variará em uma frequência duas vezes a correspondente à fonte.
- 3 - O uso efetivo do ferro em um eletroímã polifásico é somente a metade do que seria obtido com a mesma quantidade de ferro de outro em corrente contínua.
- 4 - O uso de anel de curto-circuito (espira de sombra) em eletroímãs polifásicos é desejável quando se quer reduzir as vibrações ao mínimo possível.

5.6 - Comparação entre Eletroímãs de C.A. e C.C.

Nos últimos itens, foram deduzidas as equações fundamentais aplicadas aos eletroímãs em C.A. É importante, nesta fase, analisar suas limitações em comparação com aqueles de C.C., tal que decisões possam ser tomadas quanto ao uso de C.A. ou C.C.

As limitações de eletroímãs de corrente alternada quando comparada com corrente contínua, operando com a mesma densidade de fluxo máxima, são as seguintes:

1- Limitação de Força : Para uma dada área de face de polo, a força média de C.A. é somente a metade daquela obtida com C.C. Isto aplica-se para ambas, operação monofásica e polifásica.

2- Limitação de Peso: Para uma força e deslocamento dado, o peso em C.A. será maior do que o correspondente em C.C., por causa: a) no mínimo duas vezes mais ferro precisa ser usado para desenvolver a mesma força e b) geralmente mais cobre é requerido para conduzir a potência reativa para operação em C.A.

3- Velocidade de Ação : Eletroímãs em C.A. são reconhecidamente mais rápidos, porque a) a constante de tempo é da mesma ordem que o período de cada ciclo, e b) a tensão auto-induzida devido ao movimento é geralmente pequena comparada com a tensão imposta.

4- Limitação das Correntes de Foucalt : Todos eletroímãs em C.A. precisam ser laminados, enquanto os de C.C. somente quando forem de alta velocidade. Em C.A. conforme abordado em itens anteriores, as correntes de Foucalt podem ser excessivas (aquecimento), caso não sejam adotadas medidas para evitá-las ou reduzi-las ao mínimo.

Estas comparações são baseadas na operação dentro de uma faixa de relativa proporcionalidade entre fluxo e corrente. Enquanto é econômico saturar circuitos magnéticos em C.C., é decididamente impraticável saturar os mesmos em C.A., pois a excitação (volt-ampére) tornar-se-ia demasiadamente alta.

5.7 - Teoria e Análise de Contatores C.A.

O objetivo fundamental da presença do anel de curto-circuito em um Contator C.A. é reduzir a pulsação (vibração) da força entre a parte móvel (armadura) e a parte fixa. Isto ocorre, conforme visto anteriormente, pela variação da força entre um valor máximo e um mínimo (passagem pelo zero-força nula), fazendo assim com que a força mecânica, neste momento, seja maior do que a força magnética. Em um projeto bem concebido, a força mínima nunca cai abaixo da força mecânica, quando o equipamento está fechado [9].

A fig. 5.16 mostra um modelo de núcleo magnético de Contator C.A., tendo anéis de curto-circuito sobre as faces dos polos. Os mesmos possuem seção normalmente retangular compostos de material condutor o cobre (ou ligas de cobre).

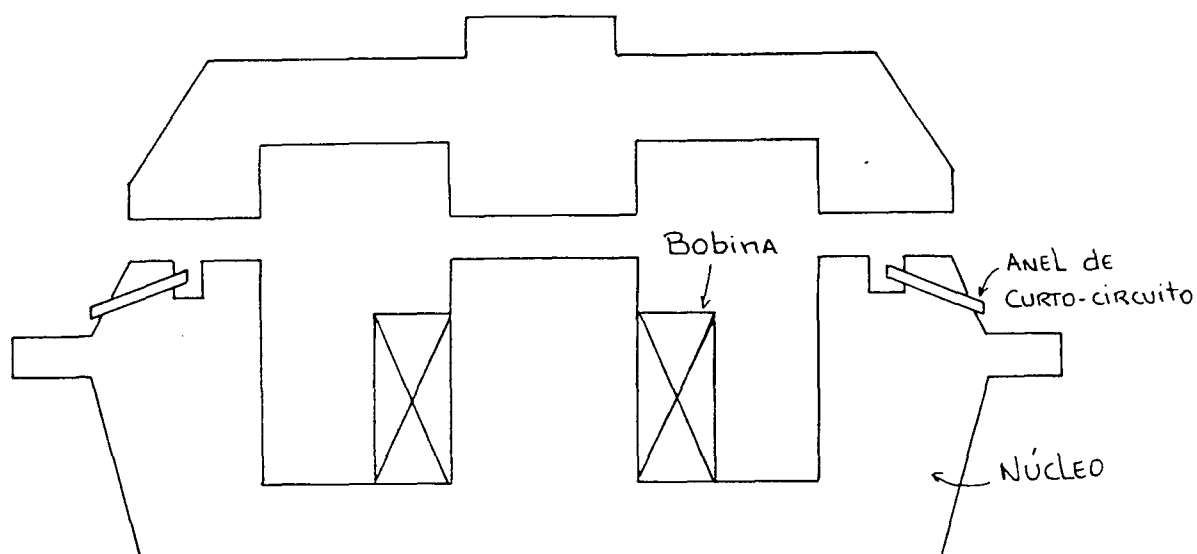


Fig 5.16

Como demonstrado em item anterior, a força instantânea de um eletroímã de polos divididos será constante, estabelecendo que a força máxima de cada parte é a mesma, e seus fluxos estão 90° fora de fase. O anel de curto-circuito divide o polo em duas partes, e provoca um defasamento do fluxo entre essas partes. Entretanto é impossível se obter um defasamento de 90° entre essas partes e daí, um sistema dotado com anel de curto-circuito ideal não pode ser obtido.

Referindo-se a fig. 5.16, sejam " ϕ_1 " e " ϕ_2 " os fluxos reais existentes na parte externa e interna do anel, respectivamente. Como será mostrado mais tarde o ângulo de fase " α " entre " ϕ_2 " e " ϕ_1 " depende da razão da reatância do anel de curto-circuito para sua resistência. Para " α " ser 90° esta razão precisa ser infinita, o que significa que a resistência do anel precisa ser zero. Assumindo que é possível ter-se o anel com resistência zero, será ainda

impossível de atingir o anel de curto-circuito ideal, porque o fluxo do anel aproxima-se de zero assim que a resistência do anel aproxima-se de zero.

Portanto, para um conjunto de situações, existe um projeto ótimo do anel de curto-circuito, o qual produzirá a mínima pulsação na força.

5.7.1 - Equações Fundamentais

Para o propósito de analisar a operação de uma bobina em forma de anel de curto-circuito é necessário somente determinar as relações de fluxo nas regiões das faces dos polos. A fig. 5.17a mostra o circuito magnético na região das faces dos polos. Seja " ϕ_1 " e " ϕ_2 " os fluxos reais passando através da parte externa e interna do anel, respectivamente. Então " ϕ_2 ", fluxo real passando pelo anel, defasará de " ϕ_1 ", como mostrado na fig. 5.17b. A tensão " e " induzida no anel por " ϕ_2 ", estará defasada de 90° do mesmo, mas a corrente " i " do anel estará em fase com " e " porque " ϕ_2 " é o fluxo real concatenado com o anel enquanto " i " está fluindo (reatância muito pequena). Daí, " i " circula somente na resistência do anel. O ângulo de defasagem entre " ϕ_2 " e " ϕ_1 " é dado por " α " [9].

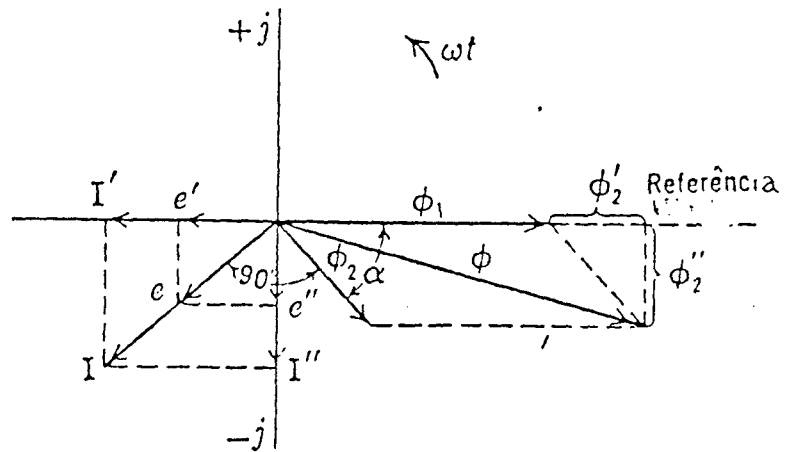
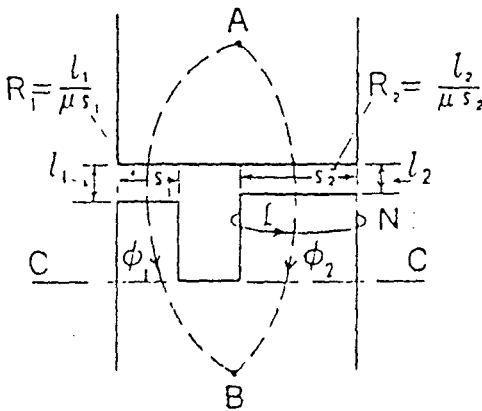


Fig 5.17a

Fig. 5.17b

Considerar agora, o circuito magnético da fig. 5.17a. É possível ir do ponto "A" para "B" por dois caminhos como mostrado. O potencial magnético entre esses pontos será o mesmo, independente do caminho a ser tomado. O caminho "1" vai direto de "A" para "B" através da relutância "Re1" do entreferro sobre a parte externa do anel, enquanto o caminho "2", vai através de "Re2", relutância do entreferro sobre a parte interna do anel, ou seja, passando pelo anel. O sentido da corrente no anel será sempre em tal direção que tende a impedir qualquer variação de fluxo através do mesmo (lei de Lenz), com o resultado que a relutância efetiva do caminho é incrementada.

Equacionando a força magnetomotriz entre "A" e "B", via os dois caminhos, tem-se:

$$\phi_1 \cdot Re_1 = \phi_2 \cdot Re_2 - N \cdot I \quad 5.61$$

onde o sinal negativo de "N.I" indica que a força magnetomotriz do anel é negativa. O diagrama vetorial da fig. 5.18a elucida melhor a equação. Aqui o vetor da força magnetomotriz " $\phi_1 \cdot Re_1$ " é tomado na direção positiva. Relativo a este vetor, pode ser visto que "N.I" estará sempre no terceiro quadrante e daí a resultante " $\phi_2 \cdot Re_2$ " e "N.I" precisam ser obtidas como um vetor diferença, a fim de que a soma algébrica das forças magnetomotrizes em torno do laço "AB" seja zero.

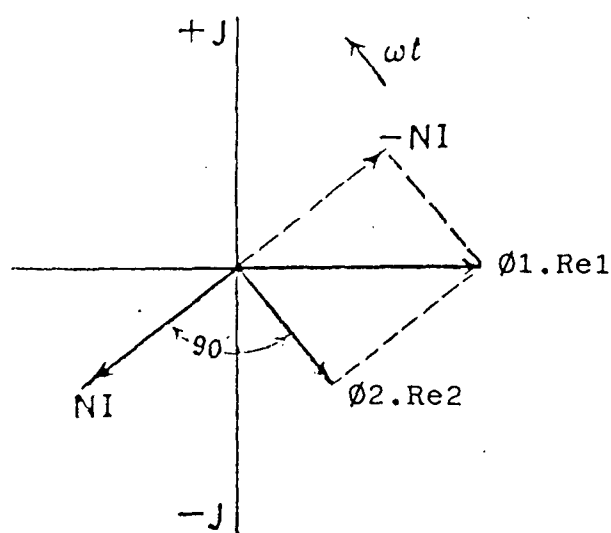


Fig 5. 18a

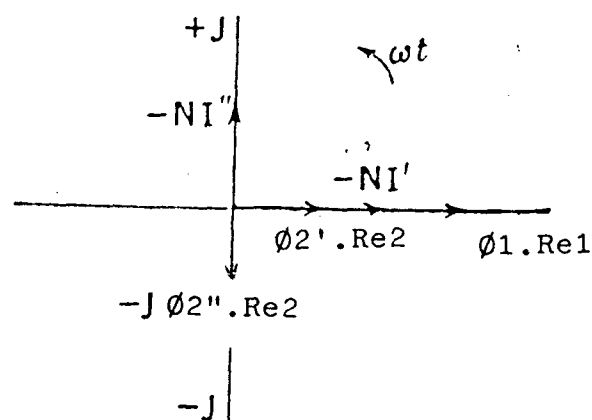


Fig 5. 18b

Resolvendo os vetores da fig. 5.18a em suas partes real e imaginária, obtém-se as componentes como mostrado na fig. 5.18b. Equacionando as componentes reais desta figura, tem-se:

$$\phi_1 \cdot \text{Re}_1 = \phi_2' \cdot \text{Re}_2 - N \cdot I' \quad 5.62$$

A componente em fase da corrente do anel pode ser determinada da componente em quadratura do fluxo do anel, como mostrado na fig. 5.17a.

$$I' = \frac{e'}{R} = \frac{-w \cdot N \cdot \phi_2''}{R} \quad 5.63$$

Substituindo a equação (5.63) na (5.62), obtém-se:

$$\phi_1 \cdot \text{Re}_1 = \phi_2' \cdot \text{Re}_2 + \frac{w \cdot N^2 \cdot \phi_2''}{R} \quad 5.64$$

Esta e a equação subsequente, podem ser grandemente simplificadas se o símbolo "K" é introduzido como a razão da reatância para a resistência do anel, assim:

$$K = \frac{w \cdot N^2}{\text{Re}_2 \cdot R} = \frac{w \cdot N^2 \cdot \mu \cdot S_2}{12 \cdot R} \quad 5.65$$

Considerando a reatância do anel igual a $w \cdot N^2 / \text{Re}_2$, a relutância do caminho de ferro da bobina de excitação principal será desprezada, a partir de que ela é muito pequena comparada a do entreferro. A relutância do entreferro " $\text{Re}_2 = 12 / \mu \cdot S_2$ " automaticamente leva em consideração todas as possíveis variações na área ou comprimento do entreferro sob a fase do polo.

Substituindo a equação (5.65) em (5.64), tem-se :

$$\phi_1 \cdot \frac{\text{Re}_1}{\text{Re}_2} = \phi_2' + K \cdot \phi_2'' \quad 5.66$$

Equacionando as componentes no eixo imaginário da fig. 5.17b , obtém-se:

$$- N \cdot I'' = - (-j \cdot \phi_2'' \cdot \text{Re}_2) \quad 5.67$$

A componente em quadratura da corrente do anel, I'' , pode ser encontrada da componente em fase do fluxo da espira (anel).

$$I'' = \frac{e''}{R} = - \frac{j \cdot w \cdot N \cdot \phi_2'}{R} \quad 5.68$$

substituindo as equações (5.68) e (5.65) em (5.67), obtém-se:

$$K \cdot \phi_2' = \phi_2'' \quad 5.69$$

Substituindo (5.69) em (5.66), pode-se calcular as componentes ϕ_2' e ϕ_2'' em termos das variáveis da face do polo fora do anel.

$$\phi_2' = \phi_1 \cdot \frac{1}{(1 + K^2)} \cdot \frac{Re_1}{Re_2} \quad 5.70$$

$$\phi_2'' = \phi_1 \cdot \frac{K}{(1 + K^2)} \cdot \frac{Re_1}{Re_2} \quad 5.71$$

$$\text{Como} \quad \phi_2 = \sqrt{(\phi_2')^2 + (\phi_2'')^2} \quad 5.72$$

pode-se combinar (5.70) e (5.71) e obter:

$$\frac{\phi_2}{\phi_1} = \frac{Re_1}{Re_2} \cdot \frac{1}{\sqrt{K^2 + 1}} \quad 5.73$$

A tangente do ângulo de fase " α " é, de (5.69):

$$\text{tg } \alpha = \frac{\phi_2''}{\phi_2'} = K \quad 5.74$$

O fluxo total do circuito magnético pode ser encontrado da fig. 17b pela aplicação da Lei dos Cossenos, isto é:

$$\phi = \sqrt{\phi_1^2 + \phi_2^2 + 2 \cdot \phi_1 \cdot \phi_2 \cdot \cos \alpha} \quad 5.75$$

O mesmo também pode ser expresso em termos do fluxo da face do polo externo ao anel (eixo de referência).

$$\phi = \sqrt{(\phi_2'')^2 + (\phi_1 + \phi_2')^2}$$

a qual, quando simplificada, fornece:

$$\phi = \phi_1 \cdot \frac{Re_1}{Re_2} \cdot \frac{1}{(1 + K^2)} \sqrt{K^2 + \left[\frac{1 + K^2}{Re_1/Re_2} + 1 \right]^2} \quad 5.76$$

5.7.2 - Equações da Força Instantânea de um Circuito Magnético Monofásico com Anel de Curto Circuito

A força instantânea produzida sob o polo é dada por [9]:

$$F_{inst.} = \frac{(B_m \cdot \sin \omega t)^2 \cdot S}{2 \cdot \mu_0} \quad N/\text{polo}$$

onde "B_m" é a densidade de fluxo máxima (pico) no entreferro. A força produzida sob a face do polo externo ao anel, será :

$$F_{inst.} = \frac{\phi_{1m}^2 \cdot \sin^2 \omega t}{2 \cdot \mu_0 \cdot S_1} \quad N \quad 5.77$$

e sob a face do polo interno ao anel, será:

$$F_{inst.} = \frac{\phi_{2m}^2 \cdot \sin^2(\omega t - \alpha)}{2 \cdot \mu_0 \cdot S_2} \quad N \quad 5.78$$

A força instantânea total de ambos os polos será:

$$F_{inst.} = \frac{\phi_1^2 \cdot \sin^2 \omega t}{\mu_0 \cdot S_1} + \frac{\phi_2^2 \cdot \sin^2(\omega t - \alpha)}{\mu_0 \cdot S_2} \quad (\phi = \phi_m / \sqrt{2}) \quad 5.79$$

Estas componentes de força reais, juntas com as ondas de fluxo que elas produzem, são mostradas na fig. 16.a. Expandindo $\sin^2 \omega t$ e agrupando os termos, tem-se:

$$F_{inst} = \frac{\phi_1^2}{2 \cdot \mu_0 \cdot S_1} + \frac{\phi_2^2}{2 \cdot \mu_0 \cdot S_2} - \frac{\phi_1^2 \cdot \cos 2\omega t}{2 \cdot \mu_0 \cdot S_1} - \frac{\phi_2^2 \cdot \cos(2\omega t - 2\alpha)}{2 \cdot \mu_0 \cdot S_2} \quad 5.80$$

Os primeiros dois termos representam a força média, e os últimos dois, as componentes alternadas de dupla frequência. As componentes alternadas podem ser representadas vetorialmente como mostrado na fig. 5.19.

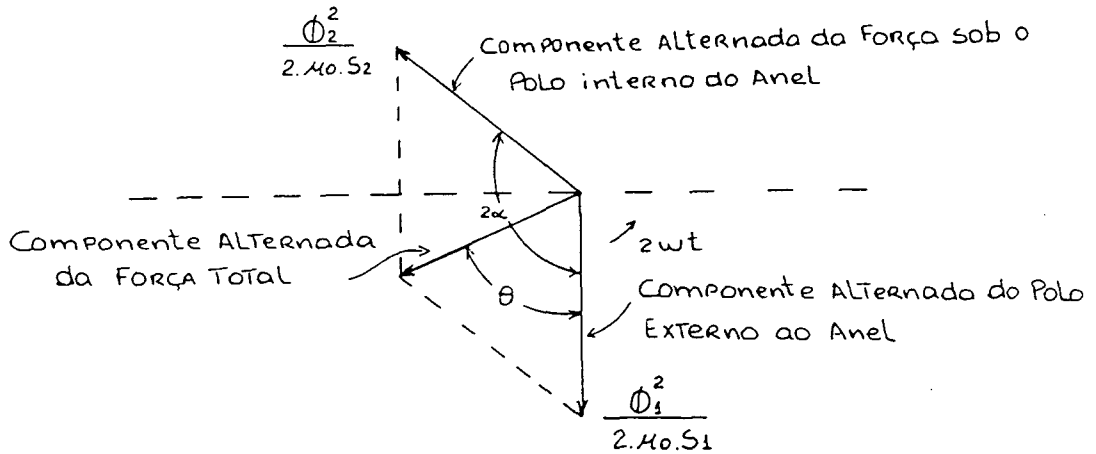


Fig 5.19

Combinando estas componentes graficamente, como ilustrado, a componente alternada total da força é obtida. Este vetor é o menor possível quando " α " for próximo de 90° , e sua magnitude, a partir da Lei dos Cossenos, será:

$$\sqrt{\left[\frac{\phi_1^2}{2 \cdot \mu_o \cdot S_1}\right]^2 + \left[\frac{\phi_2^2}{2 \cdot \mu_o \cdot S_2}\right]^2 + 2 \cdot \left[\frac{\phi_1^2}{2 \cdot \mu_o \cdot S_1}\right] \left[\frac{\phi_2^2}{2 \cdot \mu_o \cdot S_2}\right] \cdot \cos 2\alpha}$$

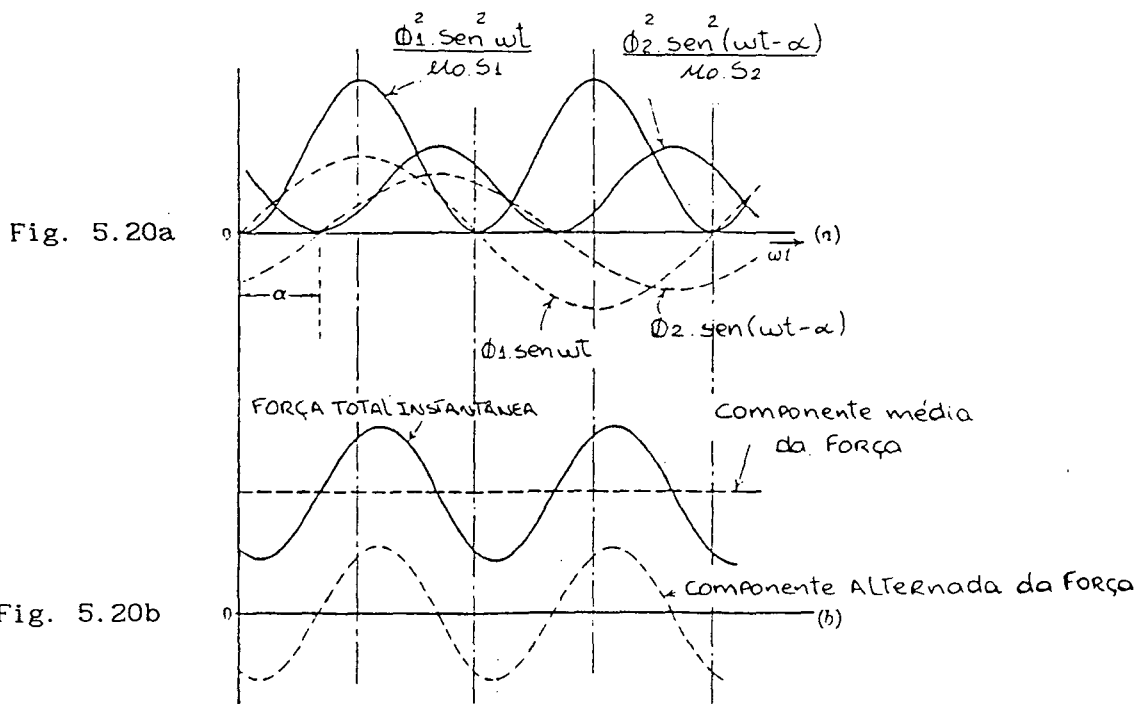
A força instantânea do circuito magnético munido com anel de curto-circuito, pode entretanto, ser escrita em termos de suas componentes média e alternada total, como segue:

$$\text{Componente Média} = \frac{\phi_1^2}{2 \cdot \mu_o \cdot S_1} + \frac{\phi_2^2}{2 \cdot \mu_o \cdot S_2} \quad \text{N} \quad 5.81$$

$$\text{Comp. Alter.} = - \sqrt{\left[\frac{\phi_1^2}{2 \cdot \mu_o \cdot S_1}\right]^2 + \left[\frac{\phi_2^2}{2 \cdot \mu_o \cdot S_2}\right]^2 + 2 \cdot \left[\frac{\phi_1^2}{2 \cdot \mu_o \cdot S_1}\right] \left[\frac{\phi_2^2}{2 \cdot \mu_o \cdot S_2}\right] \cdot \cos 2\alpha} \cdot [\cos(2\omega t - \theta)] \quad 5.82$$

Examinando a equação (5.82) em conjunto com a fig. 5.19, pode-se ver que, se a "força média sob o polo do anel iguala com a fora do anel, as componentes alternadas da força tornar-se-ão nulas (zero)", quando " α " for 90° . O "critério" para se projetar um anel de curto-circuito ideal é, portanto, que a "força média do polo sob o anel seja igual à da parte externa do anel, e que o fluxo através do anel esteja defasado de 90° do correspondente à parte externa do anel".

A força instantânea total e suas componentes são mostradas na fig. 5.20b e são desenhadas para corresponder corretamente com as forças reais da fig. 5.20a.



5.7.3 - Condições Ótimas para uma mínima pulsação da Força

Como mencionado anteriormente, as condições necessárias para um projeto com anel de curto-circuito ideal são impossíveis de atingir. Entretanto, é possível chegar a condições ótimas, as quais darão a mínima pulsação na força. Quando se busca um ótimo, um conjunto de condições precisa ser imposto. Para esse propósito, é uma condição razoável especificar que a força média do circuito magnético precisa permanecer constante, ou seja [9]:

$$p_1 \cdot \phi_1^2 + p_2 \cdot \phi_2^2 = m = \text{cte} \quad 5.83$$

$$\text{onde} \quad p_1 = \frac{1}{2 \cdot \mu_o \cdot S_1} \quad \text{e} \quad p_2 = \frac{1}{2 \cdot \mu_o \cdot S_2}$$

Resolvendo a equação (5.83) para ϕ_1^2 e substituindo em (5.82), tem-se:

$$\text{Comp. Alt. Força} = -\sqrt{(m - p_2 \cdot \phi_2^2)^2 + p_2^2 \cdot \phi_2^4 + 2 \cdot p_2(m - p_2 \cdot \phi_2^2) \cdot \phi_2^2 \cdot \cos 2\alpha} \quad 5.84$$

Se esta expressão é derivada em relação a " ϕ_2 " fazendo " α " constante, o valor de " ϕ_2 " que produzirá a mínima componente alternada da força será encontrada:

$$\frac{d(\sqrt{\quad})^2}{d\phi_2} = 2 \cdot (m - p_2 \cdot \phi_2^2) \cdot (-2 \cdot p_2 \cdot \phi_2) + 4 \cdot p_2^2 \cdot \phi_2^3$$

$$4 \cdot p_2 \cdot m \cdot \phi_2 \cdot \cos 2\alpha - 8 \cdot p_2^2 \cdot \phi_2^3 \cdot \cos 2\alpha = 0$$

$$- 4 \cdot m \cdot p_2 \cdot \phi_2 + 4 \cdot p_2^2 \cdot \phi_2^3 + 4 \cdot p_2^2 \cdot \phi_2^3 + 4 \cdot p_2 \cdot m \cdot \phi_2 \cdot \cos 2\alpha - 8 \cdot p_2^2 \cdot \phi_2^3 \cos 2\alpha = 0$$

$$4 \cdot m \cdot p_2 \cdot \phi_2 \cdot (\cos 2\alpha - 1) - 8 \cdot p_2^2 \cdot \phi_2^3 (\cos 2\alpha - 1) = 0$$

$$(4 \cdot m \cdot p_2 \cdot \phi_2 - 8 \cdot p_2^2 \cdot \phi_2^3) \cdot (\cos 2\alpha - 1) = 0$$

Como " α " foi assumido constante, e não necessariamente igual a 90° , o segundo termo $(\cos 2\alpha - 1)$ não pode ser igual a zero. Portanto, para satisfazer a igualdade:

$$4 \cdot m \cdot p_2 \cdot \phi_2 - 8 \cdot p_2^2 \cdot \phi_2^3 = 0$$

ou

$$m = 2 \cdot p_2 \cdot \phi_2^2$$

Substituindo este valor em (5.83), tem-se:

$$p_1 \cdot \phi_1^2 = p_2 \cdot \phi_2^2$$

ou

$$\frac{\phi_1^2}{2 \cdot \mu_o \cdot S_1} = \frac{\phi_2^2}{2 \cdot \mu_o \cdot S_2}$$

Esta é a condição ótima. Assim para um dado valor de " α " a força média do polo sob o anel deverá ser igual a força no polo externo ao anel. Tem sido mostrado, que é possível sob certas condições, obter-se " α " aproximado de 90° . Portanto, pode-se estabelecer que, um ótimo projeto, dando a mínima pulsação na força, é obtido quando a "força média sob cada parte do polo é igual", e " α " feito tão aproximado quanto possível de 90° .

5.7.4 - Fatores que influenciam o Projeto - Parâmetros Ótimos

$$\text{Considerando} \quad \frac{\phi_1^2}{2 \cdot \mu_o \cdot S_1} = \frac{\phi_2^2}{2 \cdot \mu_o \cdot S_2} \quad 5.85$$

como uma condição ótima, tem-se [9]:

$$\left(\frac{\phi_2}{\phi_1} \right)^2 = \frac{S_2}{S_1} \quad 5.86$$

Da equação (5.73), tem-se:

$$\frac{\phi_2}{\phi_1} = \frac{Re_1}{Re_2} \frac{1}{\sqrt{K^2 + 1}} = \frac{l_1 \cdot S_2}{l_2 \cdot S_1} \frac{1}{\sqrt{K^2 + 1}} \quad 5.87$$

substituindo a equação (5.87) em (5.88), obtém-se:

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{l_1^2 \cdot S_2^2}{l_2^2 \cdot S_1^2} \cdot \left\{ \frac{1}{K^2 + 1} \right\}$$

a qual, quando resolvida para "K", fornece:

$$K = \sqrt{\frac{l_1^2 \cdot S_2}{l_2^2 \cdot S_1} - 1} \quad 5.88$$

Agora, com $\tan \alpha = K$, "K" seria feito tão grande quanto possível, a fim de que " α " resulte aproximado de 90° . Portanto, " S_1 " e " l_2 " seriam feitas tão pequenas quanto possível, e " l_1 " e " S_2 " tão grandes quanto possível.

As limitações práticas na escolha desses quatro fatores são discutidas abaixo:

1) " S_1 " é limitada pela densidade de saturação máxima no ferro e a exigência que a força média do polo da parte externa do anel seja a metade da força média requerida para todo polo.

2) " l_2 " pode ser reduzido ao comprimento mínimo existente entre o contato das faces dos polos (irregularidades da superfície, etc), de forma que deve ser reduzida tanto quanto possível.

3) " S_2 " é limitada pelo tamanho máximo permitido para a face inteira do polo. Um valor razoável está entre " S_1 " e " $2.S_1$ ".

3) " l_1 " é limitado pela potência de entrada (corrente de excitação) permissível, para a bobina de excitação, ou a potência a ser dissipada no anel, e à dispersão. Para um comprimento " l_1 " aumentado, uma força magnetomotriz (NI) maior será requerida para o respectivo entreferro, e uma maior dispersão (espraiamento) acontecerá. Com " l_1 " crescendo, a "FMM" cresce na mesma proporção. Isto corresponderá a um incremento na corrente do anel e uma consequente perda de energia (potência dissipada). Como uma consideração prática, a perda de energia do anel é a limitação mais lógica.

5.8 - Circuito Equivalente

Circuitos elétricos acoplados magneticamente, são a base da operação de transformadores e máquinas elétricas. No casos de Contatores CA, pode-se desenvolver um circuito equivalente baseado nos mesmos princípios que o efetuado para um transformador. O equacionamento demonstrado a seguir, promove a obtenção desse circuito equivalente. A fig. 5.21 apresenta o circuito magnético (simetria) de um Contator CA, com seus respectivos caminhos de fluxos magnéticos.

As duas bobinas consistem de espiras N_1 e N_2 (anel), respectivamente, as quais estão enroladas em um circuito magnético comum. Em geral, o fluxo produzido por cada bobina pode ser separado em dois componentes. Um componente de dispersão denotado por um índice "d", e outro magnetizante denotado pelo índice "m". No caso, pode-se considerar o fluxo produzido por cada bobina separado em três componentes, devido a existência da relutância do caminho de dispersão promovida pelo lado externo do anel.

O fluxo concatenado de cada bobina pode então, ser expresso por [13]:

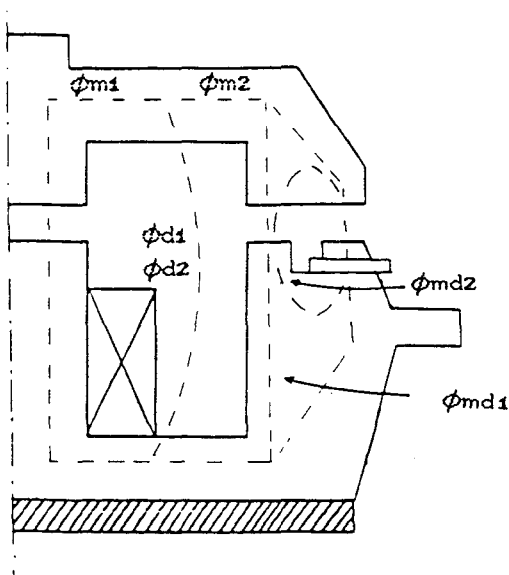


Fig. 5.21

$$\phi_1 = \phi_{d1} + \phi_{md1} + \phi_{m1} + \phi_{m2} \quad 5.89$$

$$\phi_2 = \phi_{d2} + \phi_{md2} + \phi_{m2} + \phi_{m1} \quad 5.90$$

$$\phi_{d1} = \frac{N1.i1}{Rd1} \quad \phi_{md1} = \frac{N1.i1}{Rmd1} \quad \phi_{m1} = \frac{N1.i1}{Rm1} \quad 5.91$$

$$\phi_{d2} = \frac{N2.i2}{Rd2} \quad \phi_{md2} = \frac{N2.i2}{Rmd2} \quad \phi_{m2} = \frac{N2.i2}{Rm2} \quad 5.92$$

$$\phi_1 = \frac{N1.i1}{Rd1} + \frac{N1.i1}{Rmd1} + \frac{N1.i1}{Rm1} + \frac{N2.i2}{Rm2} \quad 5.93$$

$$\phi_2 = \frac{N2.i2}{Rd2} + \frac{N2.i2}{Rmd2} + \frac{N2.i2}{Rm2} + \frac{N1.i1}{Rm1} \quad 5.94$$

$$\lambda_1 = \frac{N1^2.i1}{Rd1} + \frac{N1^2.i1}{Rmd1} + \frac{N1^2.i1}{Rm1} + \frac{N1.N2.i2}{Rm2} \quad 5.95$$

$$L_{11} = \frac{N1^2}{Rd1} + \frac{N1^2}{Rmd1} + \frac{N1^2}{Rm1} = L_d + L_{m1} \quad 5.96$$

$$\text{onde} \quad L_d = \frac{N1^2}{Rd1} + \frac{N1^2}{Rmd1} \quad 5.97$$

$$\lambda_2 = \frac{N2^2.i2}{Rd2} + \frac{N2^2.i2}{Rmd2} + \frac{N2^2.i2}{Rm2} + \frac{N2.N1.i1}{Rm1} \quad 5.98$$

$$L_{22} = \frac{N2^2}{Rd2} + \frac{N2^2}{Rmd2} = L_{d2} + L_{m2} \quad 5.99$$

$$\text{onde} \quad L_{d2} = \frac{N2^2}{Rd2} + \frac{N2^2}{Rmd2}$$

$$\frac{N1^2}{Rm1} = L_{m1} \\ \frac{N2^2}{Rm2} = L_{m2} \quad \frac{N1^2}{N2^2} = \frac{L_{m1}}{L_{m2}}$$

$$L_{m2} = L_{m1}/a^2 \quad \text{e} \quad L_{m1} = a^2 . L_{m2} \quad 5.100$$

$$\text{onde} \quad a^2 = (N1/N2)^2$$

$$L_{12} = N1 . \frac{\phi_{12}}{i2} = \frac{N1}{i2} . \frac{N2.i2}{Rm2} = \frac{N1.N2}{Rm2} \quad 5.101$$

$$L_{m2} = \frac{N_2^2}{R_{m2}} \quad \Rightarrow \quad R_{m2} = \frac{N_2^2}{L_{m2}} \quad 5.102$$

$$L_{12} = \frac{N_1 \cdot N_2}{N_2^2 / L_{m2}} = \frac{N_1}{N_2} \cdot L_{m2} \quad 5.103$$

$$L_{21} = N_2 \cdot \frac{\phi_{21}}{i_1} = \frac{N_2}{i_1} \cdot \frac{N_1 \cdot i_1}{R_{m1}} = \frac{N_2 \cdot N_1}{R_{m1}} \quad 5.104$$

$$L_{m1} = \frac{N_1^2}{R_{m1}} \quad \Rightarrow \quad R_{m1} = \frac{N_1^2}{L_{m1}} \quad 5.105$$

$$L_{21} = \frac{N_2 \cdot N_1}{N_1^2 / L_{m1}} = \frac{N_2}{N_1} \cdot L_{m1} \quad 5.106$$

$$L_{21} = L_{12} \quad \Rightarrow \quad \frac{N_1 \cdot L_{m2}}{N_2} = \frac{N_2 \cdot L_{m1}}{N_1} \quad 5.107$$

$$L_{12} = \frac{N_2 \cdot L_{m1}}{N_1} \quad \Rightarrow \quad L_{21} = \frac{N_1 \cdot L_{m2}}{N_2} \quad 5.108$$

$$\begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d + L_{m1} & \frac{N_2 \cdot L_{m1}}{N_1} \\ \frac{N_1 \cdot L_{m2}}{N_2} & L_{d2} + L_{m2} \end{bmatrix} \quad 5.109$$

Fluxo Concatenado : $\lambda = L \cdot i$

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d + L_{m1} & \frac{N_2 \cdot L_{m1}}{N_1} \\ \frac{N_1 \cdot L_{m2}}{N_2} & L_{d2} + L_{m2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad 5.110$$

$$\lambda_1 = (L_d + L_{m1}) \cdot i_1 + \frac{N_2 \cdot L_{m1}}{N_1} \cdot i_2 = L_d \cdot i_1 + L_{m1} \cdot i_1 + \frac{N_2 \cdot L_{m1}}{N_1} \cdot i_2 \quad 5.111$$

$$\lambda_1 = L_d \cdot i_1 + L_{m1} \cdot (i_1 + \frac{N_2 \cdot i_2}{N_1}) \quad 5.112$$

$$\lambda_2 = \frac{N_1 \cdot L_{m2}}{N_2} \cdot i_1 + (L_{d2} + L_{m2}) \cdot i_2 = \frac{N_1 \cdot L_{m2}}{N_2} \cdot i_1 + L_{d2} \cdot i_2 + L_{m2} \cdot i_2 \quad 5.113$$

$$\lambda_2 = L_{d2}.i_2 + L_{m2}.(i_2 + \frac{N_1.i_1}{N_2}) \quad 5.114$$

Parâmetros referidos ao primário:

$$N_1.i_1 = N_2.i_2 \quad \Rightarrow \quad i'_2 = i_1 = \frac{N_2.i_2}{N_1} = \frac{i_2}{a} \quad 5.115$$

$$N_1.i'_2 = N_2.i_2 \quad , \quad a = \frac{N_1}{N_2} \quad V'_2 = a.V_2 \quad , \quad \lambda'_2 = a.\lambda_2$$

Substituindo (5.115) em (5.112) e (5.114) e então multiplicando (5.114) por N_1/N_2 para obter λ'_2 e se substituirmos $(N_2/N_1)^2.L_{m1}$ por L_{m2} em (5.112), então:

$$\lambda_1 = L_{d1}.i_1 + L_{m1}.(i_1 + \frac{N_2.i_2}{N_1}) \quad 5.116$$

$$\lambda_1 = L_{d1}.i_1 + L_{m1}.(i_1 + i'_2) \quad 5.117$$

$$\lambda_2 = L_{d2}.i_2 + L_{m2}.(i_2 + \frac{N_1.i_1}{N_2}) \quad (\times \frac{N_1}{N_2}) \quad 5.118$$

$$\frac{N_1.\lambda_2}{N_2} = L_{d2}.i_2.\frac{N_1}{N_2} + L_{m2}.(i_2 + \frac{N_1.i_1}{N_2}).\frac{N_1}{N_2} \quad 5.119$$

$$\lambda'_2 = L_{d2}.\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2.i_2.\frac{N_2}{N_1} + L_{m2}.(N_1.i_2 + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2.i_1) \quad 5.120$$

$$\lambda'_2 = L'_{d2}.i'_2 + L_{m2}.\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2.\left(\frac{N_2.i_2}{N_1} + i_1\right) \quad 5.121$$

$$\lambda'_2 = L'_{d2}.i'_2 + L_{m1}.(i_1 + i'_2) \quad 5.122$$

$$V_1 = r_1.i_1 + \frac{d\lambda_1}{dt} \quad 5.123$$

$$V'_2 = r'_2.i_2 + \frac{d\lambda'_2}{dt} \quad 5.124$$

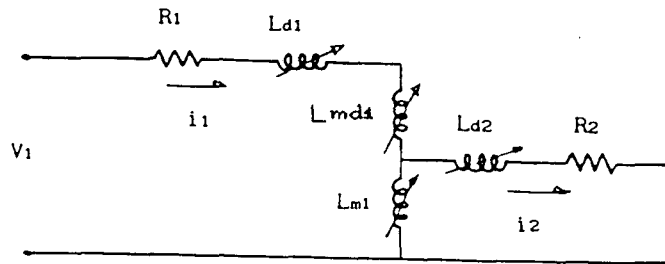


Fig. 5.22

PARÂMETROS

- r_1 e L_d \Rightarrow resistência e indutância de dispersão primária
 r'_2 e L'_d \Rightarrow resistência e indutância de dispersão secundária
 L_m \Rightarrow indutância mútua de magnetização
 V_1 e V_2 \Rightarrow tensão primária e secundária
 i_1 e i'_2 \Rightarrow corrente primária e secundária
 $i_1 + i'_2$ \Rightarrow corrente de magnetização

$$\begin{bmatrix} V_1(t) \\ V'_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 + L_d.p & L_{m1}.p \\ L_{m1}.p & r'_2 + L'_d.p \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i'_2(t) \end{bmatrix} \quad 5.125$$

onde $p = d/dt$

No regime senoidal permanente estas expressões tornam-se:

$$\bar{V}_1 = R_1.\bar{I}_1 + j\omega.L_d.\bar{I}_1 + j\omega.L_{m1}.\bar{I}_1 \quad 5.126$$

$$\bar{V}'_2 = j\omega.L_{m1}.\bar{I}_1 + R_2.\bar{I}_2 + j\omega.L'_d.\bar{I}'_2 \quad 5.127$$

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + j\omega.L_d & j\omega.L_{m1} \\ j\omega.L_{m1} & R'_2 + j\omega.L'_{d2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}'_2 \end{bmatrix} \quad 5.128$$

Considerando o secundário em curto (anel de curto-circuito), tem-se:

$$I'_a = - I'_2, \quad R'_a = R'_2 \quad \text{e} \quad L'_{da} = L'_{d2} \quad 5.129$$

$$\bar{V}_1 = R_1.\bar{I}_1 + j\omega.L_d.\bar{I}_1 - j\omega.L_{m1}.\bar{I}'_a \quad 5.130$$

$$V'_2 = 0 = j\omega.L_{m1}.\bar{I}_1 - R'_a - j\omega.L'_{da}.\bar{I}'_a \quad 5.131$$

$$\bar{V}_1 = (R_1 + j\omega.L_d).\bar{I}_1 - j\omega.L_{m1}.\bar{I}'_a \quad 5.132$$

$$0 = - j\omega.L_{m1}.\bar{I}_1 + (R_a + j\omega.L'_{da}).\bar{I}'_a \quad 5.133$$

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + j\omega.L_d & - j\omega.L_{m1} \\ - j\omega.L_{m1} & R'_a + j\omega.L'_{da} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}'_a \end{bmatrix} \quad 5.134$$

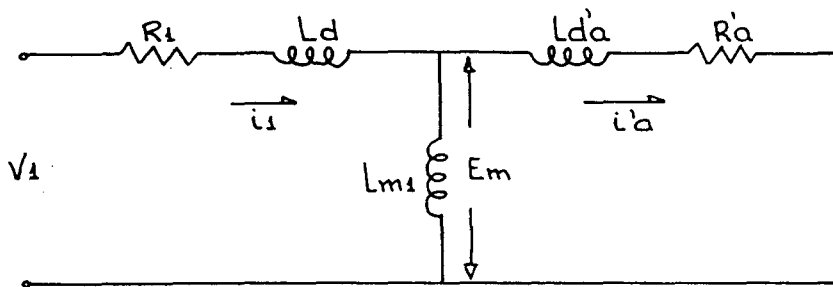


Fig. 5.23

5.9 - Formulação das Equações de Estado

-Das equações elétricas, obtém-se as equações de estado das correntes:

$$V_1 - r_1 \cdot i_1 - L_d \frac{di_1}{dt} = L_{m1} \left(\frac{di_1}{dt} - \frac{di'_a}{dt} \right) = E_m \quad 5.135$$

$$r'_a \cdot i'_a + L'_{da} \frac{di'_a}{dt} = L_{m1} \left(\frac{di_1}{dt} - \frac{di'_a}{dt} \right) \quad 5.136$$

$$\begin{cases} x_1 = i_1 \\ \dot{x}_1 = \frac{di_1}{dt} \end{cases} \quad e \quad \begin{cases} x_2 = i'_a \\ \dot{x}_2 = \frac{di'_a}{dt} \end{cases} \quad 5.137$$

$$V_1 - r_1 \cdot i_1 = L_{m1} \frac{di_1}{dt} + L_d \frac{di_1}{dt} - L_{m1} \frac{di'_a}{dt} \quad 5.138$$

$$V_1 - r_1 \cdot x_1 = (L_{m1} + L_d) \cdot \dot{x}_1 - L_{m1} \cdot \dot{x}_2 \quad 5.139$$

$$L_{m1} \frac{di_1}{dt} - L_{m1} \frac{di'_a}{dt} - L'_{da} \frac{di'_a}{dt} = r'_a \cdot i'_a \quad 5.140$$

$$L_{m1} \cdot \dot{x}_1 - (L_{m1} + L'_{da}) \cdot \dot{x}_2 = r'_a \cdot x_2 \quad (x \quad -1) \quad 5.141$$

$$- L_{m1} \cdot \dot{x}_1 + (L_{m1} + L'_{da}) \cdot \dot{x}_2 = - r'_a \cdot x_2 \quad 5.142$$

$$\begin{bmatrix} L_{m1} + L_d & -L_{m1} \\ -L_{m1} & L_{m1} + L'_{da} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_1 & 0 \\ 0 & -r'_a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad 5.143$$

Isolando as variáveis de estado , obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} \\ B_{21} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad 5.144$$

onde a matriz "A" representa a matriz inversa das Indutâncias multiplicada pela matriz das Resistências. Os termos da matriz são:

$$A_{11} = - \frac{R_1}{Dt} \cdot (L_{m1} + L'_{da}) \quad 5.145$$

$$A_{12} = - \frac{L_{m1}}{Dt} \cdot r'_a \quad 5.146$$

$$A_{21} = - \frac{L_{m1}}{Dt} \cdot r_1 \quad 5.147$$

$$A_{22} = - (L_{m1} + L_d) \cdot \frac{r'_a}{Dt} \quad 5.148$$

$$B_{11} = \frac{L_{m1} + L'_{da}}{Dt} \quad 5.149$$

$$B_{21} = \frac{L_{m1}}{Dt} \quad 5.150$$

onde $Dt = (L_{m1} + L_d) \cdot (L_{m1} + L'_{da}) - L_{m1}^2$ é o determinante da matriz de Indutâncias.

- Da equação de movimento (2^o Lei de Newton) obtém-se as variáveis de estado do deslocamento e da velocidade:

$$M \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = F_e - F_m - B \cdot \frac{dx}{dt} \quad 5.151$$

isolando o termo da derivada de maior ordem:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{M} \cdot (F_e - F_m - B \cdot \frac{dx}{dt}) \quad 5.152$$

$$\begin{cases} x_3 = x \\ x_4 = \frac{dx}{dt} \end{cases} \quad e \quad \begin{cases} \dot{x}_3 = \frac{dx}{dt} = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = \frac{1}{M} \left[F_e - F_m - B \cdot x_4 \right] \end{cases} \quad 5.153$$

- Cálculo da tensão magnetizante "Em", como função das variáveis de estado (correntes i1 e i2)

$$\begin{bmatrix} E_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{m1} & -L_{m1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} \quad 5.154$$

$$\begin{bmatrix} E_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{m1} & -L_{m1} \end{bmatrix} \cdot \left\{ \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \quad 5.155$$

$$\begin{bmatrix} E_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{m1} \cdot (a_{11} - a_{21}) & L_{m1} \cdot (a_{12} - a_{22}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{m1} \cdot (b_{11} - b_{21}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad 5.156$$

O conjunto de equações 5.144 e 5.153 compõem as equações de estado do Contator CA. Para a resolução destas equações também foi empregado o método de Runge-Kutta de quarta-ordem, com auxílio de computador tipo PC.

A força mecânica do sistema, foi calculado com as mesmas equações correspondentes ao caso CC.

Da integração, obtém-se as grandezas de corrente da bobina principal, corrente do anel, deslocamento e velocidade, respectivamente. Durante o processo iterativo, são calculadas em função das variáveis de estado, a tensão magnetizante, força eletromagnética, força mecânica, indutância, etc.

5.10 - Cálculo dos Parâmetros do Circuito Equivalente

As Indutâncias que compõem o circuito equivalente, em regime transitório, foram obtidas através de levantamento das grandezas de fluxo, efetuado nas respectivas partes do equipamento considerando diversos comprimentos de entreferros.

Os valores desses fluxos estão considerados como sendo proporcionais às correntes (operação na região linear).

A reprodução do comportamento do fluxo é obtida através de curva ajustada pelo Método dos Mínimos Quadrados. Foi constatado que a curva ajustada que melhor se aproxima da curva experimental, no regime transitório, é uma curva do tipo potência, da mesma forma que no caso CC.

No regime permanente, para levar em conta o efeito da saturação sobre a corrente, essas indutâncias foram obtidas através do levantamento das grandezas do fluxo, efetuado nas respectivas partes do equipamento considerando diversos valores de corrente. Para este caso, a curva que melhor se ajustou aos dados é uma curva logarítmica, conforme mostrada no caso tratado em CC.

Para o circuito magnético operando sem saturação (linear), os fluxos concatenados usualmente são expressos em termos de indutâncias e correntes.

A figura 5.24 indica os respectivos fluxos (indutâncias):

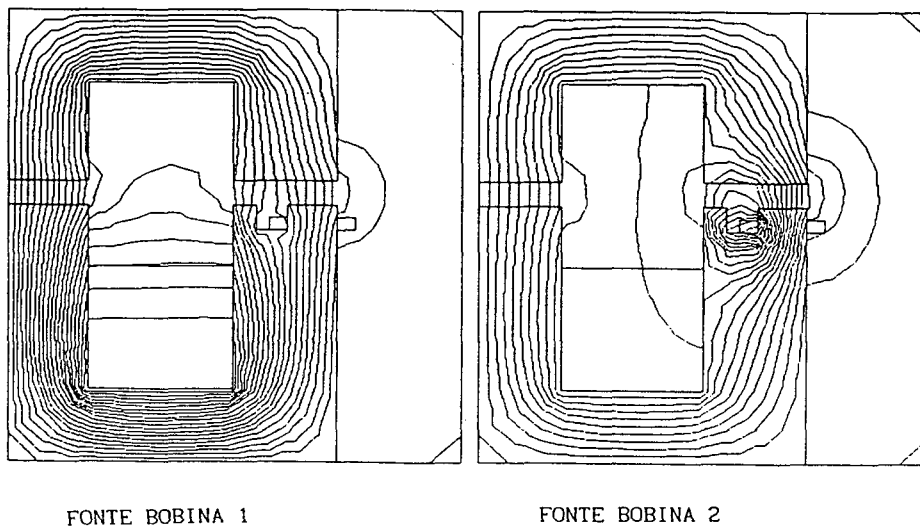


Fig 5.24

$$L = \frac{N \cdot \phi}{i}$$

$$L_{m1} = \frac{N_1 \cdot \phi_{m1C}}{i_1} \quad 5.157$$

$$L_{md1} = \frac{N_1 \cdot \phi_{md1C}}{i_1} \quad 5.158$$

$$L_{d1} = \frac{N_1 \cdot \phi_{d1c}}{i_1} \quad 5.159$$

$$L_{d2} = \frac{N_2 \cdot \phi_{d2c}}{i_2} \quad 5.160$$

onde "N1" e "N2" são o número de espiras do primário e secundário e os " ϕ_c 's" são os fluxos obtidos através do sistema "EFCAD" e os "i's" são as correntes impostas à bobina (fonte).

Os novos fluxos são calculados a partir desses parâmetros iniciais, a cada valor de corrente (iteração), dada pela tensão aplicada e o ângulo inicial, obtida pelo método de Runge-Kutta de quarta ordem (equações diferenciais).

$$V_1 = V_m \cdot \sin(\omega t + \text{gama}) \quad \text{onde } \omega = 2 \cdot \Pi \cdot f \quad \text{e } \text{gama} = \text{ângulo inicial}$$

$$I_m = E_{m1} / X_m \quad 5.161$$

$$\phi_{m1} = \frac{L_{m1} \cdot I_m}{N_1} \quad 5.162$$

$$\phi_{md1} = \frac{L_{md1} \cdot i_1}{N_1} \quad 5.163$$

$$\phi_1 = \phi_{m1} + \phi_{md1} \quad 5.164$$

$$\phi_{d1} = \frac{L_{d1} \cdot i_1}{N_1} \quad 5.165$$

$$F_{ex} = \frac{\phi_{md1}^2}{2 \cdot \mu_o \cdot S_{21}} \quad (\text{força média face externa ao anel}) \quad 5.166$$

$$F_{in} = \frac{\phi_{m1}^2}{2 \cdot \mu_o \cdot S_{22}} \quad (\text{força média face interna ao anel}) \quad 5.167$$

$$F_2 = F_{ex} + F_{in} \quad (\text{força média face polo 2}) \quad 5.168$$

$$F_1 = \frac{\phi_1^2}{2 \cdot \mu_o \cdot S_1} \quad (\text{força média face polo 1}) \quad 5.169$$

$$F_{med} = F_1 + F_2 \quad (\text{força média total - simetria}) \quad 5.170$$

5.11 - Análise Vetorial - Regime Permanente

Ao ser atravessado por um fluxo variável no tempo, é induzida no anel uma fem, e portanto, uma corrente. Essa corrente será inversamente proporcional à impedância do anel, e produzirá um fluxo cujo comportamento é analisado a seguir.

Considerando o fluxo principal originado pela bobina, dividido em duas partes, que são proporcionais às seções, tem-se o fluxo mútuo ϕ_{m1} que é o fluxo produzido pela bobina 1 que enlaça o anel, e o fluxo disperso ϕ_{md1} que passa pela área externa ao anel (parcela do fluxo disperso total). Na parte interna do anel, tem-se portanto, a convivência do fluxo mútuo, que é a soma geométrica do fluxo produzido pela corrente I_1 (bobina 1) e o fluxo produzido pela corrente I_2 (anel). Na parte externa, somar-se-á geometricamente o fluxo ϕ_{md1} e $\phi_a/2$, já que o fluxo na parte externa do anel em um lado é a metade do total produzido por ele, resultando ϕ_{mdr} .

Por conseguinte, a força de atração do núcleo (simetria) será devido à resultante das forças envolvendo os três fluxos considerados, ou seja, o fluxo ϕ_{total} (sob o polo 1), os fluxos ϕ_{m1} e ϕ_{mdr} (sob o polo do anel).

Na fig.5 , representa-se por OV_1 , a direção da Tensão que é aplicada à bobina, obtém-se as componentes de queda de tensão devidas aos fluxos de dispersão e ao fluxo magnetizante (ϕ_d e ϕ_{m1}), respectivamente E_{d1} e E_{m1} . As correntes magnetizante e principal estão 90° defasadas das respectivas tensões. O fluxo magnetizante está em fase com a corrente magnetizante, logo a tensão induzida no anel está 90° defasada dessa corrente, portanto em fase com E_{m1} . A corrente que essa tensão origina, está defasada da mesma, devido à indutância do anel. O fluxo secundário está em fase com essa corrente.

Os referidos parâmetros são encontrados a partir do circuito equivalente, aplicando-se análise de circuitos elétricos.

- Diagrama Vetorial

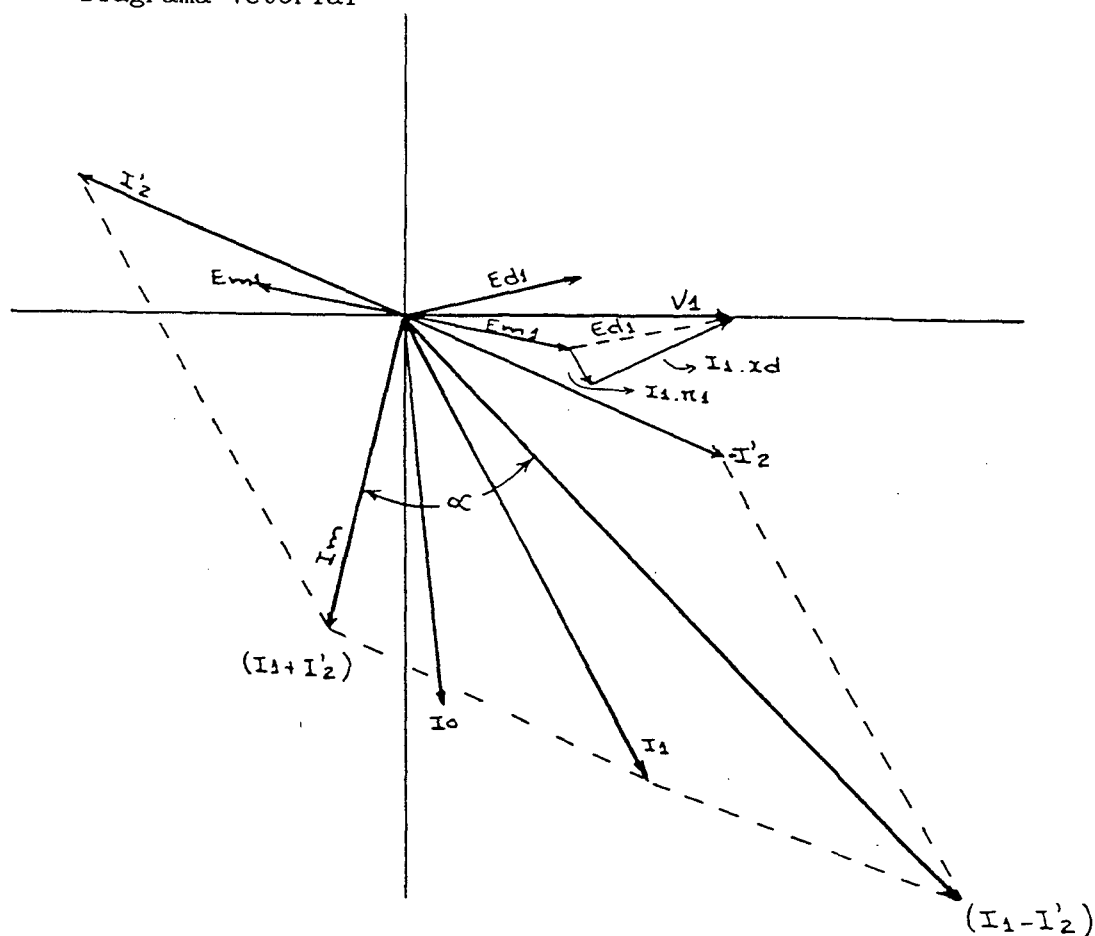


Fig. 5.25

$$\text{onde } x = w.L \quad e \quad Z = r + j.x \quad 5.171$$

$$Z_p = Z_m // Z_2 \quad e \quad Z_t = Z_1 + Z_2$$

$$I_1 = V_1/Z_t \quad e \quad I_0 = V_1/(Z_1 + Z_m)$$

$$I_2' = I_1.Z_m/(Z_m + Z_2) \quad \text{onde} \quad I_2 = I_2' . a \quad 5.172$$

$$I_m = I_1.Z_2/(Z_m + Z_2) = I_1 + I_2' \quad 5.173$$

$$I_{ex} = I_1 - I_2'$$

$$\alpha = \text{ang}(I_1 + I_2', I_1 - I_2')$$

$$E_{m1} = I_m.Z_m \quad \text{onde} \quad E_{m2} = E_{m1}/a \quad 5.174$$

$$E_{z1} = I_1.Z_1 \quad 5.175$$

$$V_1 = E_{m1} + E_{z1}$$

$$S = V_1.I_1^* \Rightarrow Pr = \text{real}(S) \quad e \quad Pi = \text{imag}(S)$$

$$\cos\phi = Pr/S \quad 5.186$$

Com o ângulo " α " determinado, e utilizando as equações de força em CA, pod-se obter a sua grandeza instantânea, bem como a sua componente alternada.

CAPÍTULO 6

ASPECTOS DO DIMENSIONAMENTO DE CIRCUITO MAGNÉTICO DE C.A.

6.1 - Introdução

Os Contatores C.A. são distinguidos dos Contatores C.C. pela característica da fonte de alimentação (alternada) e pela presença do anel de curto-circuito na sua estrutura magnética.

No capítulo anterior foram avaliadas as características de funcionamento de um Contator C.A. e realizadas análises do comportamento do mesmo, através de modelagem matemática (circuito equivalente), sendo verificada sua atuação no regime dinâmico e permanente.

6.2 - Equações Fundamentais

Os conceitos gerais aplicados na formulação das equações para o dimensionamento de circuito magnético CC são válidos para o caso CA.

- Equação de Tensão

A equação de tensão resulta bastante diferente do que a correspondente C.C., devido a presença da fem de auto-indução (lei de faraday-Lenz). Alimenta-se o circuito indicado na fig. 6.1, com uma tensão alternada senoidal de valor eficaz constante.

Supondo desprezível a resistência ôhmica do enrolamento, a tensão aplicada é equilibrada exclusivamente pela fem de auto-indução, isto é $V \sim e$.

Consequentemente, se a tensão de alimentação varia com a lei senoidal, também a fem de auto-indução deve variar da mesma forma. Lembrando que a fem de auto-indução corresponde à derivada do fluxo com relação ao tempo, deve-se considerar que também o fluxo no núcleo deve, necessariamente ser senoidal. Indicando com " ϕ_m " o valor máximo de fluxo no núcleo, seus valores instantâneos são definidos por [12].

$$\phi = \phi_m \cdot \text{sen} \omega t$$

O valor instantâneo da fem de auto-indução, numa espira, é definido por:

$$e = d\phi/dt = w. \phi_m. \text{sen}(wt+90) \quad 6.2$$

A força eletromotriz que se gera nas "N" espiras do enrolamento será expressa em volts pela expressão:

$$e = N.w. \phi_m. \text{sen}(wt+90) \quad 6.3$$

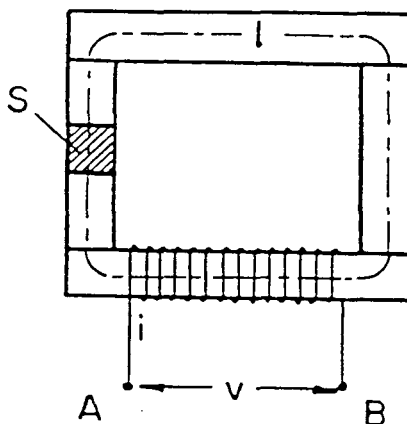


Fig.6.1

Esta expressão indica que a diferença de potencial aplicada nos extremos do enrolamento, cujo valor máximo é $V_m = N.w. \phi_m$, é defasada em relação ao fluxo com 90° em adiantamento. O valor eficaz desta diferença de potencial é dado por:

$$V = V_m / \sqrt{2} = 2. \pi. F. \phi_m. N / \sqrt{2} = 4.44. F. \phi_m. N \quad 6.4$$

- Mudança de Frequência em Voltagem Constante

Da equação $e = 4.44. \phi_m. F. N$, que fornece a força eletromotriz (fem), considera-se que dois dos valores são variáveis, ou seja, a frequência "F" e o número de espiras "N", sendo os demais, coeficientes ou valores fixos.

Designando por "K" todos os valores que não sejam "F" e "N", tem-se:

$$E = K.F.N$$

Por esta última fórmula, pode-se verificar que se for mantida constante a voltagem, ao variar a frequência "F", não restará outra solução senão variar o número de espiras em proporção inversa à da frequência.

$$E = K.F.N$$

$$E = K.F'.N'$$

$$F.N = F'.N'$$

$$\text{de onde se obtém a seguinte relação: } N' = \frac{F.N}{F'} \quad 6.5$$

- Variação do número de espiras e a seção do condutor com a variação da Voltagem

Há casos em que é necessário alimentar uma bobina com voltagem diferente daquela prevista no projeto. Para isto, deve-se efetuar uma modificação no número de espiras e na respectiva seção, mantida a potência constante.

Designando por N, o número de espiras da bobina e por N' o número de espiras da nova bobina, ainda V a antiga voltagem e V' a nova, obtém-se a seguinte relação:

$$\frac{N}{N'} = \frac{V}{V'}$$

Por onde N', novo número de espiras correspondente à nova voltagem V' será:

$$N' = N. \frac{V'}{V} \quad 6.6$$

Note-se, que aumentando-se a voltagem, diminuirá a intensidade da corrente para a mesma potência (V.I).

Designando por S a seção da espira da voltagem V e S' a seção da voltagem V', pode-se obter a seguinte relação inversa à anterior, já que aumentando-se a voltagem, diminui a intensidade de corrente e consequentemente a seção torna-se menor (inversamente proporcional);

$$\frac{S'}{S} = \frac{V}{V'}$$

por onde, S' a nova seção das espiras correspondente a nova voltagem é:

$$S' = S \cdot \frac{V}{V'} \quad 6.7$$

- Cálculo da Corrente absorvida por um Circuito Elétrico com corrente alternada enrolado sobre material magnético.

Conforme visto em capítulos anteriores, o diagrama vetorial relativo a um circuito magnético que considera a corrente magnetizante, a corrente devida às perdas por histerese e a corrente devida às perdas por correntes parasitas, adquire a forma indicada na fig. 6.2. Neste diagrama o vetor $\overline{OI_a}$ representa o valor da corrente ativa I_a , resultante da soma da corrente I_f e I_h . A corrente I_a representa o valor da componente da corrente total I_o , em fase com a tensão, que deve compensar as perdas que se verificam no núcleo, em virtude das correntes parasitas e da histerese. Esta corrente é definida por:

$$I_a = I_h + I_f = \frac{W_h + W_f}{V} \quad 6.8$$

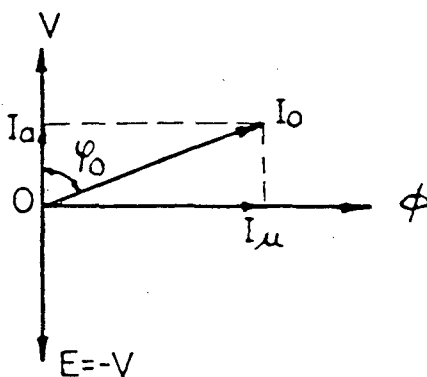


Fig .6.2

A corrente total que circula pelo enrolamento magnetizante será expressa pela relação :

$$I_o = \sqrt{I_a^2 + I_m^2} = \sqrt{(I_h + I_f)^2 + I_m^2} \quad 6.9$$

Em geral, o valor de I_a é muito pequeno em relação ao valor I_m e, por isso, quase sempre nos problemas práticos considera-se como I_o o valor da corrente magnetizante I_m . Costuma-se, também, englobar as perdas por histerese e as por correntes parasitas, considerando-se assim as perdas totais no ferro $W_f = W_h + W_p$, que podem ser obtidas através de tabelas fornecidas por fabricantes de chapas magnéticas.

O cálculo da corrente magnetizante I_m , reduz-se ao cálculo da corrente necessária para produzir no núcleo o fluxo necessário a gerar nas espiras da bobina uma força contra-eletromotriz igual e contrária à tensão aplicada.

Conhecendo-se, portanto, a tensão aplicada e a frequência de alimentação, calcula-se o fluxo máximo, por meio da fórmula:

$$\phi_m = \frac{V}{4.44.F.N} \quad 6.10$$

Calcula-se a seguir a indução máxima na seção do núcleo:

$$B_m = \frac{\phi_m}{S_{fe}} \quad 6.11$$

Deve-se ressaltar que a seção magnética de um núcleo laminado é igual à seção calculada geometricamente multiplicada pelo respectivo fator de empilhamento (função da espessura da lâmina).

Para o cálculo dos ampéres-espiras magnetizantes procede-se da mesma maneira que para os circuitos C.C. tendo porém presente que, no caso de corrente alternada, a indução máxima é produzida pela corrente máxima I_m . Assim sendo, o cálculo dos ampéres-espiras deve referir-se ao valor máximo da indução, isto é:

$$N.I = \frac{B_e.x}{\mu_o} + \sum H_i.l_i \quad 6.12$$

onde H_i é obtido da curva de magnetização correspondente ao valor de B_m .

Calculado o número máximo de ampéres-espiras e conhecendo-se o número das espiras da bobina, pode-se calcular o valor máximo da corrente magnetizante:

$$I_m = \frac{N \cdot I_m}{N} \quad 6.13$$

O valor eficaz desta corrente será:

$$I_o = I_m / \sqrt{2} = N \cdot I / N \cdot \sqrt{2} \quad 6.14$$

Calculado I_o , calcula-se $I_a = I_f + I_h$ (uso tabelas). Composto I_o e I_a , obtém-se a corrente total que circula pela bobina:

$$I = \sqrt{I_o^2 + I_a^2} \quad 6.15$$

O ângulo de defasagem entre a tensão e a corrente é determinado por:

$$\phi_o = \arctan(I_o / I_a) \quad 6.16$$

Se I_a é muito pequena em comparação com I_o , o ângulo ϕ_o é quase 90° , isto é, a bobina absorve somente corrente reativa.

6.3 - Cálculo da Seção do Condutor

A seção do fio de cobre que constitui o enrolamento primário, é diretamente proporcional à intensidade de corrente que circula no fio, e inversamente proporcional à densidade de corrente estabelecida.

A densidade de corrente admissível (ou seja, o número de ampéres por milímetro quadrado, susceptíveis de atravessarem um condutor sem provocar, em funcionamento contínuo, um aquecimento perigoso e uma queda de tensão acentuada) depende da superfície de arrefecimento e é determinada pela experiência. Quanto menor é a potência da bobina, mais elevada pode ser a densidade de corrente. Isto provém do fato de o circuito de potência provocar um crescimento das perdas proporcional ao cubo das dimensões, enquanto que a superfície interveniente no caso do arrefecimento, só cresce com o quadrado.

Estipula-se através da Tabela 1, densidades de correntes aproximadas máximas admissíveis em função da potência, em regime permanente.

TABELA 1

Potência (Va)	Dens. Cor. Max. (A/mm ²)
0 a 50	4.0
50 a 100	3.5
100 a 200	3.0
200 a 500	2.5
500 a 1000	2.0

Nos caso de funcionamento intermitente podem ser adotadas densidades de correntes mais elevadas; mas então chega-se a quedas de tensão muitas vezes proibitivas.

A seção do fio é dada por: $S = \frac{I}{D}$ 6.17

sendo S = seção do fio (mm²)
 I = intensidade de corrente (A)
 D = densidade de corrente (A/mm²)

Quando determinado o número de espiras e a seção do fio, torna-se necessário, verificar se a área de cobre total poderá ser facilmente alojada na janela do núcleo magnético que se propõem adotar.

6.4 - Dimensionamento do Polo sob o Anel e do Anel de Curto-Circuito

Considerando o estudo sob a simetria da estrutura, tem-se que a força eletromagnética estará aplicada sob a metade da seção principal (polo 1) e sob a face do polo do anel (polo 2). Esta força sob o polo do anel se subdivide em duas, que serão função de dois fluxos defasados, provocando uma força total, cuja componente alternada não se anula [9].

A partir de teoria já exposta, uma condição ótima é atingida quando a força na parte externa iguala àquela interna ao anel.

O cálculo da seção externa ao anel é efetuado da conhecida equação da força, em função da densidade de fluxo (valor inicialmente calculado).

$$F = \frac{B^2 \cdot S}{2 \cdot \mu_0} \quad \text{ou seja,} \quad S_1 = \frac{2 \cdot \mu_0 \cdot F_{21}}{B^2} \quad 6.18$$

onde F_{21} é a metade da força requerida para a face do polo.

A seção interna ao anel normalmente é assumida equivalente entre 1 a 2 vezes a externa.

O entreferro correspondente a seção interna ao anel é considerado igual ao entreferro mínimo final existente.

Como a força na parte interna ao anel deve ser a mesma que a da parte externa, pode-se calcular o fluxo que atravessará o anel.

$$F = \frac{\phi^2}{2 \cdot \mu_0 \cdot S} \quad \Rightarrow \quad \phi = \sqrt{2 \cdot \mu_0 \cdot F_{22} \cdot S_2} \quad 6.19$$

$$\text{onde } F_{22} = F_{21} \quad \text{sendo} \quad \phi_m = \sqrt{2} \cdot \phi \quad 6.20$$

A tensão induzida no anel então pode ser calculada:

$$E_2 = 4.44 \cdot F \cdot N_2 \cdot \phi_m \quad 6.21$$

A resistência do Anel é calculada a partir da potência dissipada no mesmo (P_j):

$$r_2 = E_2^2 / P_j \quad 6.22$$

$$\text{A corrente do anel será dada por:} \quad I = \frac{E_2}{r_2}$$

Calcula-se a seguir o fator "K" do anel, ou seja a razão da sua reatância pela resistência.

$$K = \frac{X_2}{r_2} = \frac{w \cdot L_2}{r_2} = \frac{w \cdot N^2 \cdot \mu_0 \cdot S_2}{l_2 \cdot r_2} \quad 6.23$$

onde

- N_2 é o numero de espiras ($N_2=1$)
- S_2 é a seção interna ao anel
- l_2 é o entreferro interno ao anel
- r_2 é a resistência do anel
- μ_0 é a permeabilidade do vácuo

Através de "K" obtém-se o entreferro sob a seção externa ao anel.

$$l_1 = l_2 \cdot \sqrt{(K^2 + 1) \cdot \frac{S_1}{S_2}} \quad 6.24$$

Tendo sido efetuado o cálculo das seções 1 e 2 do polo (externa e interna ao anel), reavalia-se as grandezas de fluxos:

$$\phi_1 = \frac{B_m \cdot S_1 \cdot f_{emp}}{\sqrt{2}} \quad 6.25$$

e ainda, pela relação de igualdade de forças, obtém-se:

$$\left[\frac{\phi_2}{\phi_1} \right]^2 = \frac{S_2}{S_1} \quad \text{ou} \quad \phi_2 = \phi_1 \cdot \sqrt{S_2/S_1} \quad 6.26$$

O defasamento entre os fluxos é dado pelo fator "K" onde o ângulo é calculado por:

$$\alpha = \arctan(K) \quad 6.27$$

O fluxo total obtido é dado pela Lei dos Cossenos:

$$\phi = \sqrt{\phi_1^2 + \phi_2^2 + 2 \cdot \phi_1 \cdot \phi_2 \cdot \cos(\alpha)} \quad 6.28$$

A tensão induzida calculada a partir do " ϕ_2 " é:

$$E_2' = 4.44 \cdot F \cdot N \cdot \phi_{2m}$$

E a corrente por: $I_2 = E_2/r_2$

sendo a potência dissipada : $P_j = I^2 \cdot r_2 \quad 6.29$

A força média sob o polo é dada por:

$$F_{med} = F_{21} + F_{22} = \frac{\phi_1^2}{2 \cdot \mu_o \cdot S_1} + \frac{\phi_2^2}{2 \cdot \mu_o \cdot S_2} \quad 6.30$$

A componente alternada da força por:

$$F_{alt.} = \sqrt{F_{21}^2 + F_{22}^2 + 2 \cdot F_{21} \cdot F_{22} \cdot \cos(2\omega t)}$$
 6.31

A porcentagem de pulsação da força é:

$$F_{puls.} = F_{alt.}/F_{med} \cdot 100$$
 6.32

$$\text{A Força Máxima será: } F_{max} = F_{med} + F_{puls}$$
 6.33

$$\text{A Força Mínima será: } F_{min} = F_{med} - F_{puls}$$
 6.34

CAPÍTULO 7

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

7.1 - Considerações Gerais

Antes da apresentação dos resultados é necessário tecer algumas considerações:

a) Os resultados experimentais referem-se a um Contator CC e outro CA, fornecidos por Fabricante. A bobina do Contator CC é composta de dois enrolamentos, sendo o núcleo magnético idêntico a em ambos os modelos. Os Contatores são do tipo tripolar, possuindo 2 contatos auxiliares NA, 2 contatos auxiliares NF e 3 contatos principais. O conjunto de molas é formado por 2 molas de curso, 2 molas dos contatos auxiliares NA, 2 molas dos contatos auxiliares NF e 3 molas dos contatos principais.

Os Contatores Eletromagnéticos estão normalizados conforme VDE 0660 e IEC 158.

b) As informações experimentais necessárias, tais como: parâmetros elétricos e mecânicos, bem como os parâmetros de avaliação de desempenho, foram obtidas de fabricante e através de ensaios realizados em Laboratório de Eletrônica da UFSC.

c) As correntes em regime permanente calculadas pelo programa computacional são avaliadas com saturação, conforme método já exposto.

7.2 - Parâmetros de Avaliação de Desempenho

Os principais parâmetros de desempenho avaliados neste trabalho são:

- a) Corrente de Partida
- b) Corrente de Regime Permanente
- c) Tensão de Operação
- d) Tempo de Fechamento

7.3 - APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS NUMÉRICOS PARA O CONTATOR CC E COMPARAÇÃO COM OS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

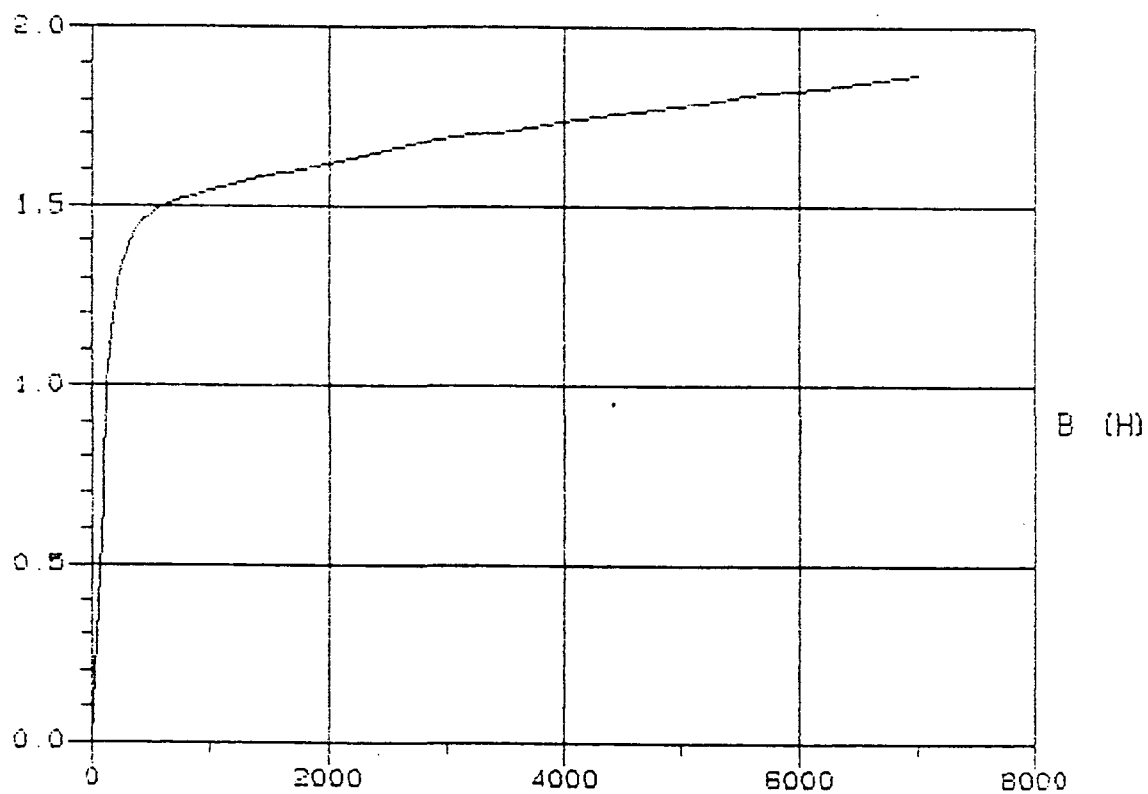
A) Parâmetros Mecânicos

- Deslocamento do Núcleo Móvel (curso) = 5.1 mm
- Coeficiente de Elasticidade da Mola de Curso = 0.1072 N/mm
- Pré-compressão da Mola de Curso = 11.7 mm
- Coeficiente de Elasticidade da Mola de Contato NA = 0.0916 N/mm
- Pré-compressão da Mola de Contato NA = 6.6 mm
- Curso da Mola de Contato NA = 1.7 mm
- Coeficiente de Elasticidade da Mola de Contato NF = 0.0916 N/mm
- Pré-compressão da Mola de Contato NF = 6.6 mm
- Curso da Mola de Contato NF = 1.7 mm
- Curso da Mola de Contato NF retardado = 3.5 mm
- Coeficiente de Elasticidade da Mola de Contato Principal = 0.2282 N/mm
- Pré-compressão da Mola de Contato Principal = 4.4 mm
- Curso da Mola de Contato Principal = 1.7 mm
- Coeficiente de Atrito = 0.4
- Massa do Núcleo = 68 g

b) Parâmetros Elétricos

- Tensão Nominal = 220 VCC
- Enrolamento 1 = 3100 espiras
- Enrolamento 2 = 19700 espiras
- Resistência 1 = 410 ohms
- Resistência 2 = 16200 ohms
- Diâmetro 1 = 0.106 mm
- Diâmetro 2 = 0.05 mm
- Indutância (regime) = 215 H

c) Parâmetros Magnéticos - Curva de Magnetização do Ferro

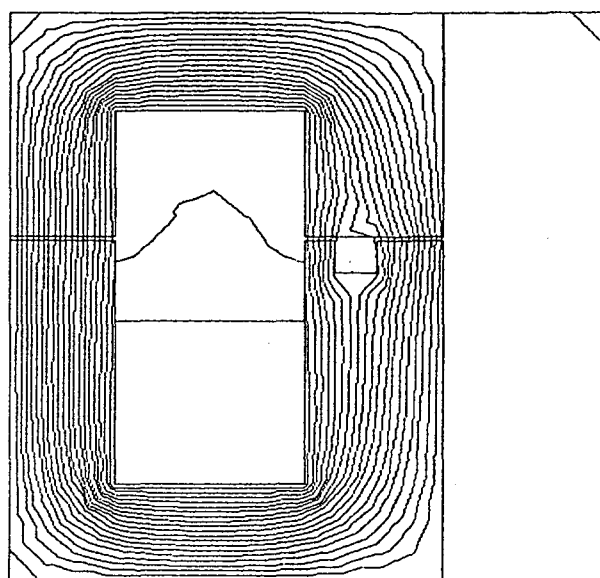
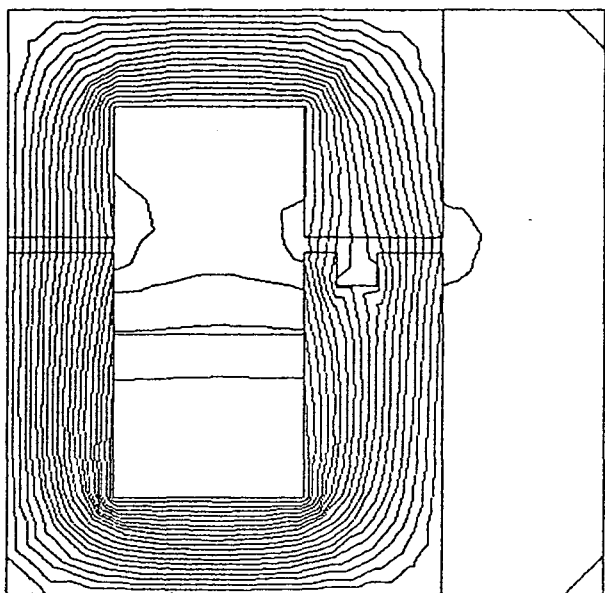
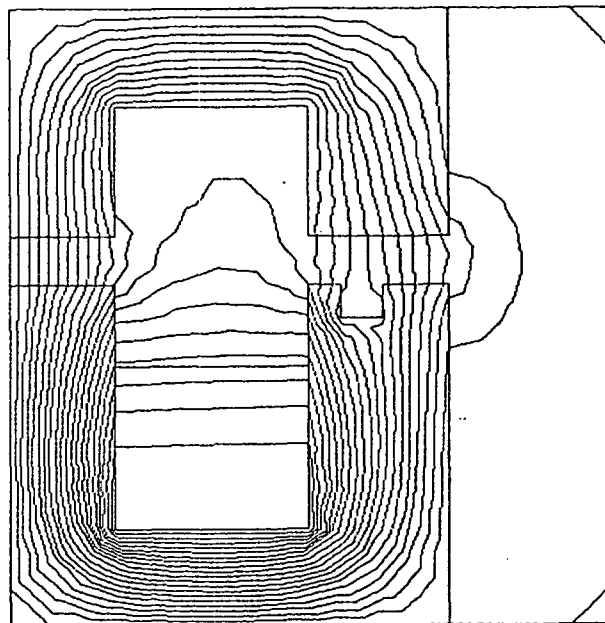
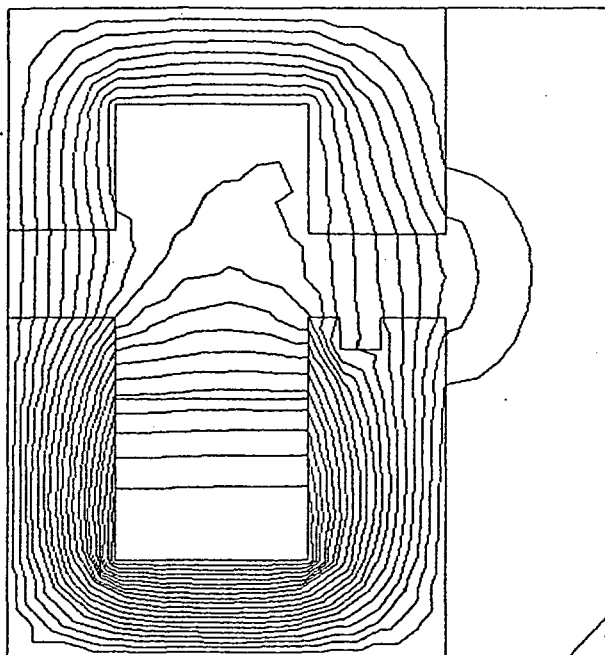


d) Parâmetros de Avaliação de Desempenho

- Corrente de Partida = 0.46 - 0.53 A
- Corrente de Regime Permanente = 0.011 - 0.014 A
- Tensão de Operação = 110 - 154 V
- Tempo de Fechamento = 6 - 16 ms

e) Resultados obtidos pelo Software "EFCAD"

- Mapas de Campo



- Grandezas Calculadas (Regime)

1) Força

Força X Obtida= $-.3868E+04$ N/m
 Força Y Obtida= $-.8502E+02$ N/m

$$|FT| = 38,69 \times 2 = 77,38 \text{ N}$$

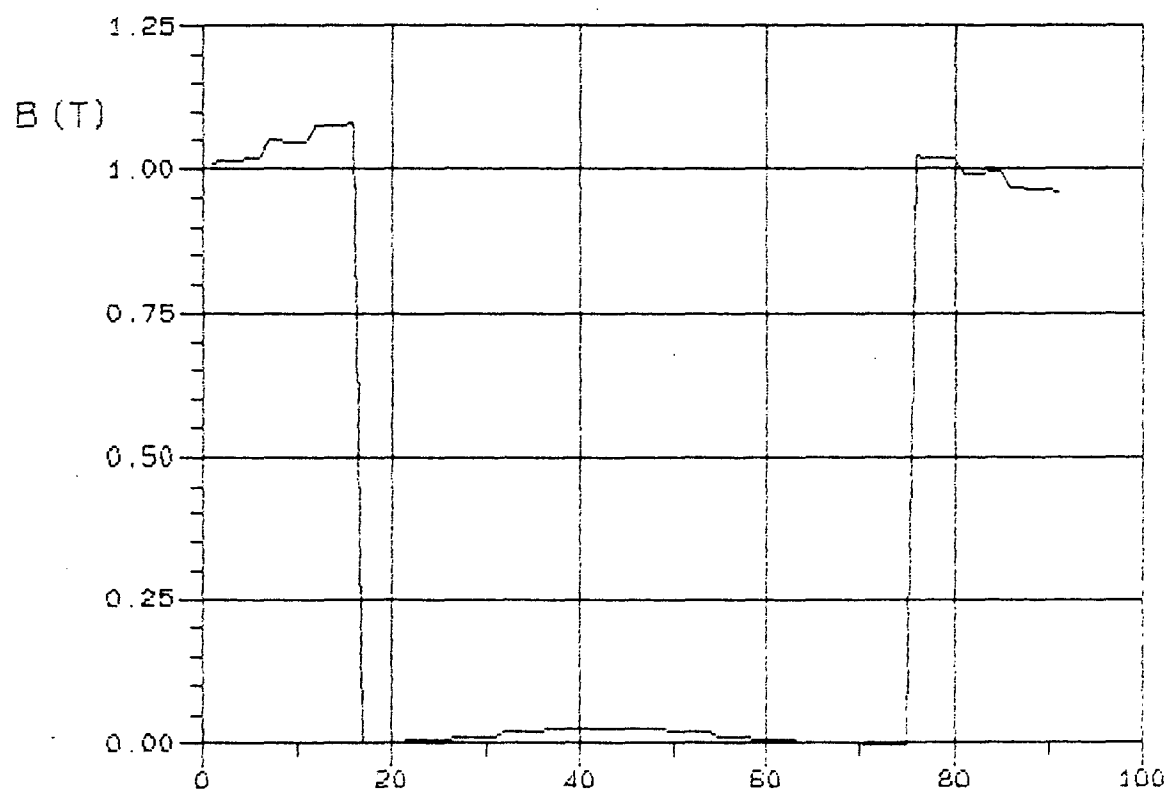
2) Indutância

Numero Espiras Regiao 4 =22800

$$LT = 217,2 \text{ H}$$

Reg- 4 Corrente/esp= $.1311E-01$ Indutancia= $.1086E+05$ H/m

3) Densidade de Fluxo - Gráfico



f) Resultados obtidos pelo Programa Computacional (variável x tempo)

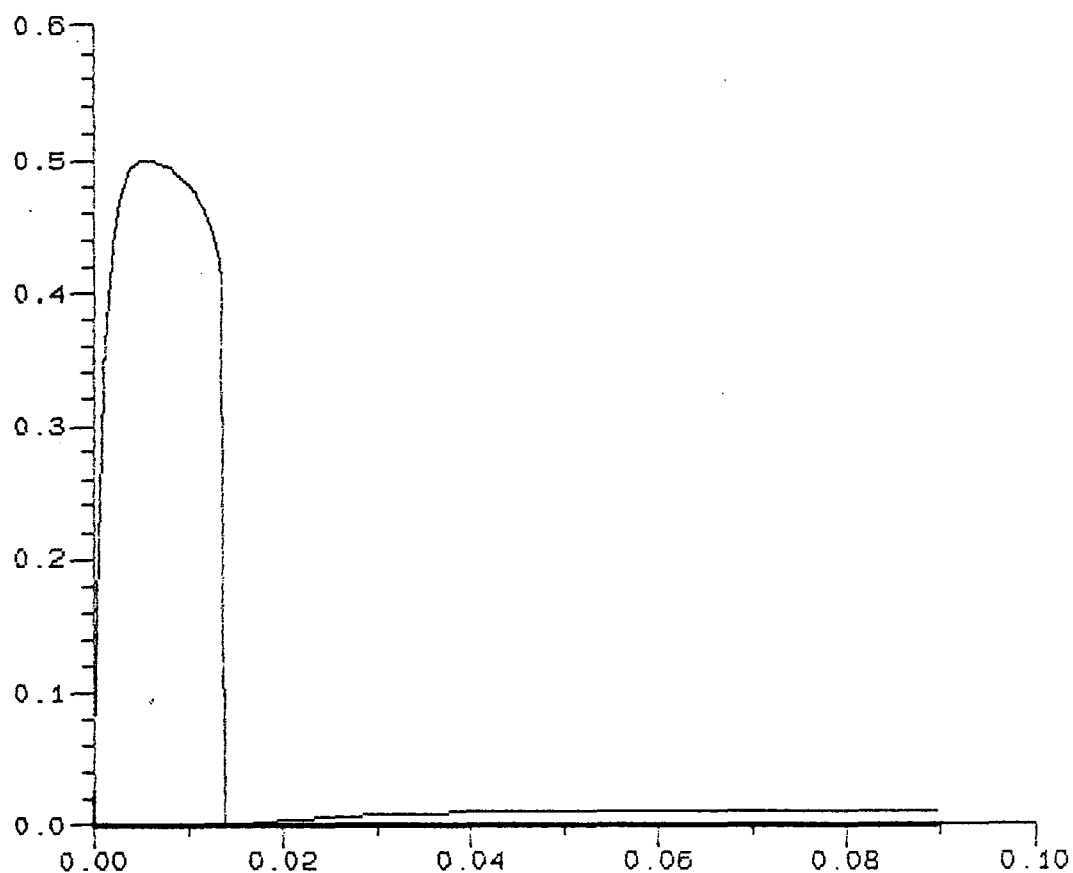


Gráfico 1 - Corrente de Partida x t

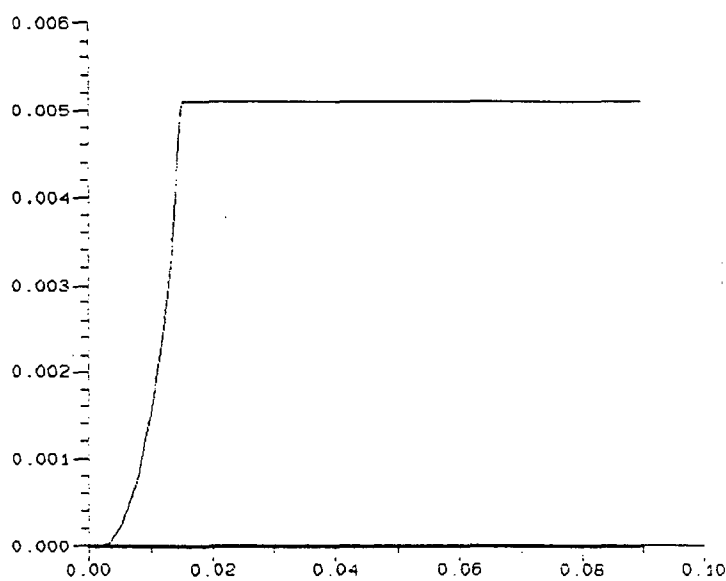


Gráfico 2 - Deslocamento x t

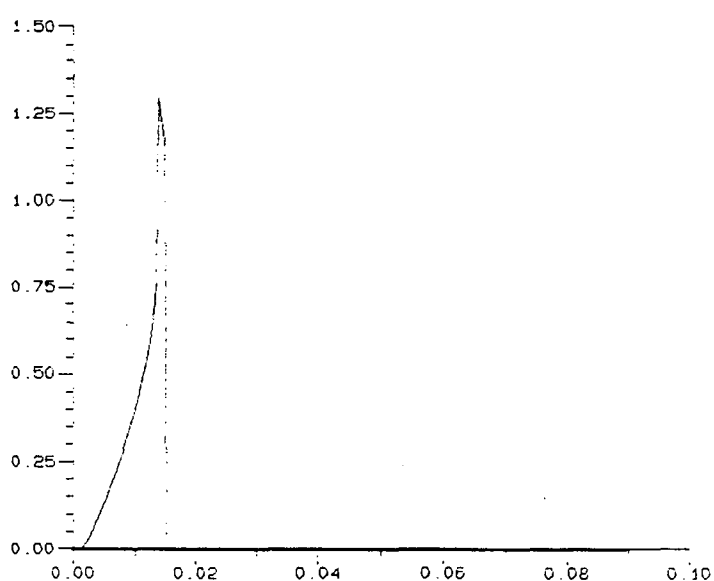


Gráfico 3 - Velocidade x t

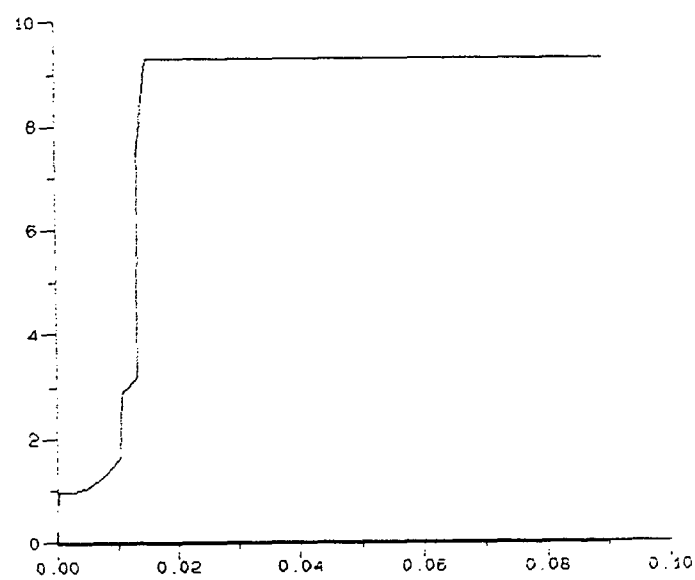
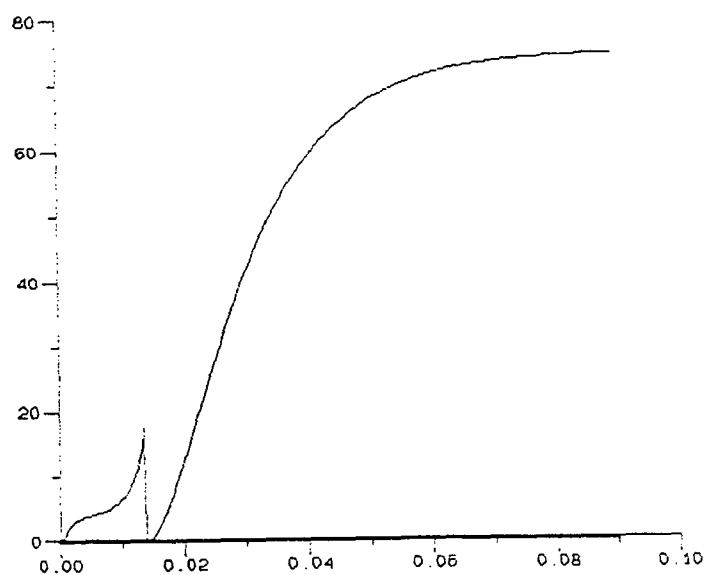


Gráfico 4 - Força Magnética x t

Gráfico 5 - Força Mecânica x t

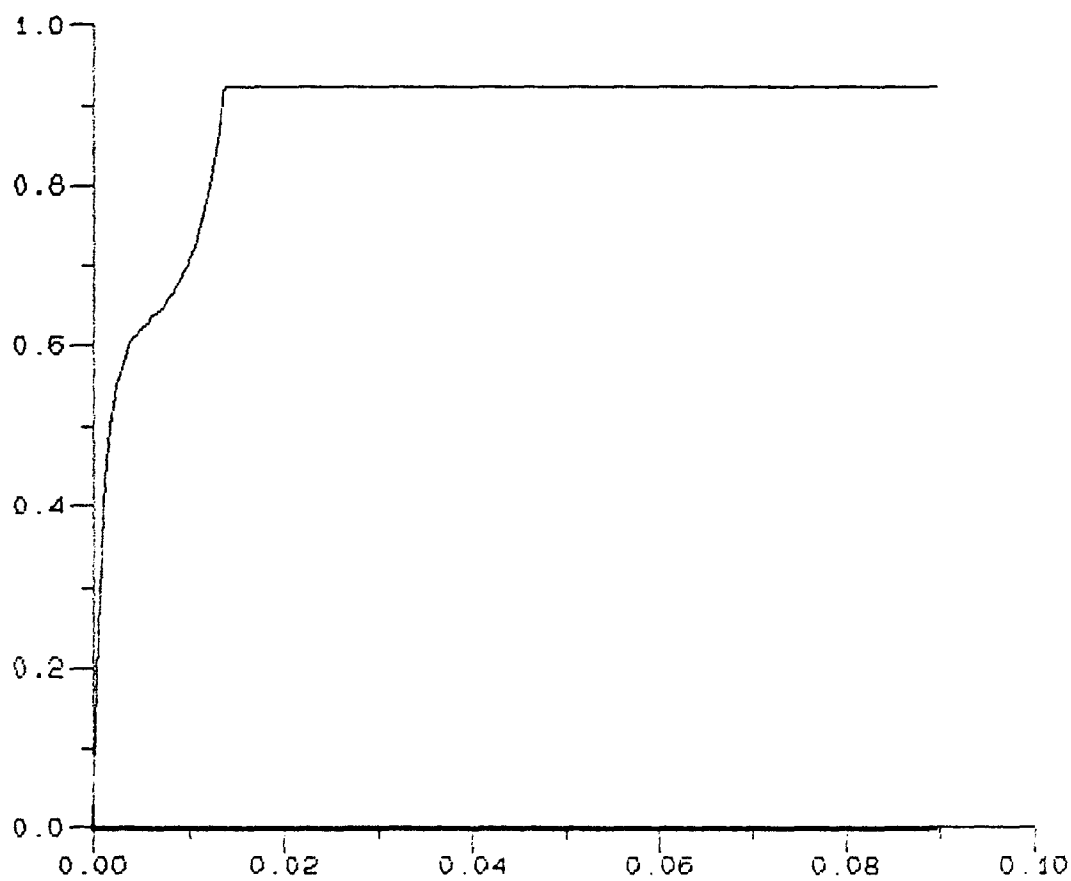


Gráfico 5 - Densidade de Fluxo x t

g)- Resultados obtidos experimentalmente

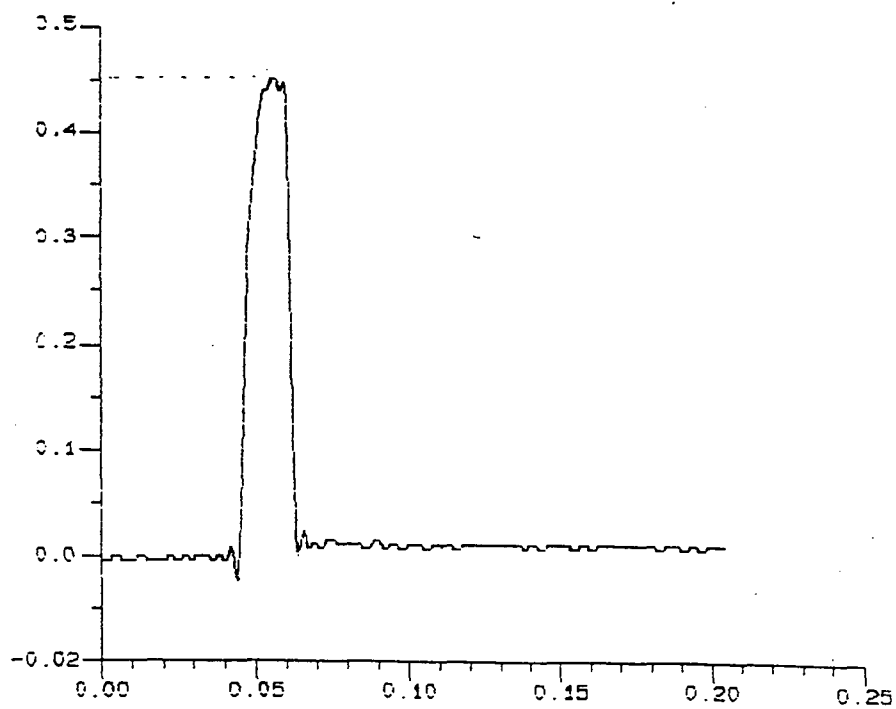
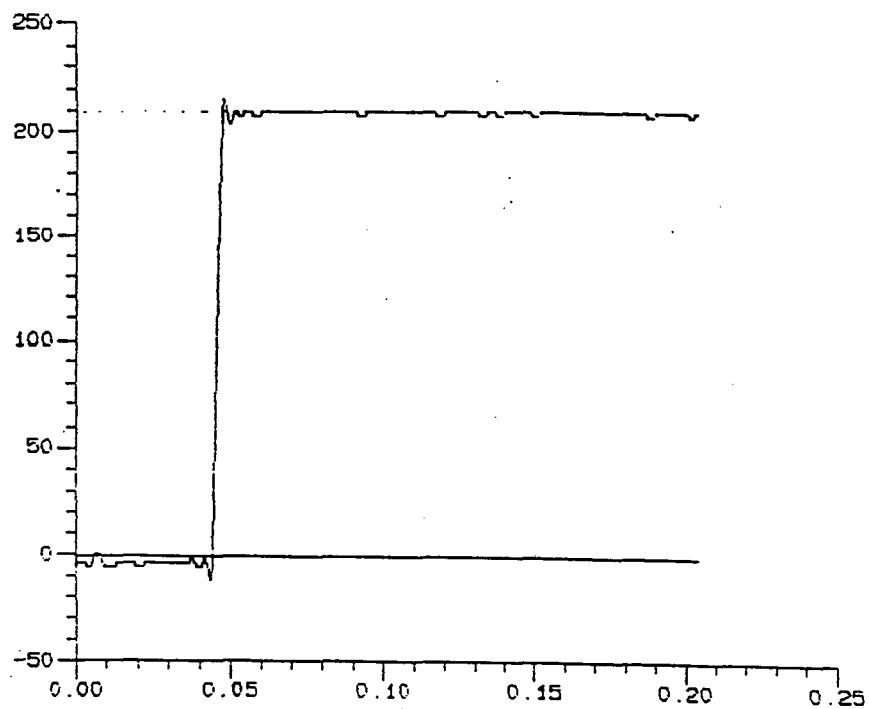


Gráfico 1 - Tensão Aplicada x t Gráfico 2 - Corrente de Partida / Regime x t

h) Comparação dos Resultados

Em função da dificuldade de ajuste da Fonte de Alimentação CC, a tensão aplicada no ensaio foi de 210 VCC. Com isto, na simulação do programa também foi utilizada essa tensão, para fins de comparação.

O quadro comparativo 1 demonstra os resultados:

Quadro 1

210 VCC	I_p (A)	$I_{reg.}$ (A)	$V_{oper.}$ (V)	T_f (ms)	L(H)	B(T)	F(N)
FABRIC	0.46 - 0.53	0.011-0.014	110 - 154	6 - 16	215	0.98	-
ENSAIO	0.45	0.0126	135	17	-	-	-
MODELO	0.50	0.0126	130	15.1	202	0.92	74.5
EFCAD	-	-	-	-	217	1.05	77.4

De uma maneira geral, os resultados obtidos pela simulação concordam com a curva experimental. Considera-se que os erros resultantes nos parâmetros de avaliação de desempenho do modelo em relação ao ensaio experimental, sejam devidos à dificuldade na caracterização dos caminhos dos fluxos para o cálculo das indutâncias, e do comportamento físico do Contator, durante o movimento de fechamento do mesmo (desalinhamento das faces dos polos, atritos, etc.).

O valor da indutância final da bobina, calculada pelo programa, baseada nos fluxos obtidos pelo EFCAD, resultou bastante próximo do valor do modelo calculado. Para o caso, a densidade de fluxo máxima atingida (seção central), denota que o respectivo equipamento não opera na região de saturação.

7.4 - APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS NUMÉRICOS PARA O CONTATOR CA E COMPARAÇÃO COM OS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

a) Parâmetros Mecânicos

Os parâmetros mecânicos do Contator CA são os mesmos do Contator CC, alterando-se somente o coeficiente de elasticidade da mola de curso.

- Coeficiente de Elasticidade da Mola de Curso = 0.1307 N/mm

b) Parâmetros Elétricos

- Tensão Nominal = 220 VCA

- Frequência = 60 HZ

- Enrolamento principal = 4850 espiras

- Resistência Enrolamento = 444 ohms

- Diâmetro do Condutor = 0.14 mm

- Indutância da Bobina (regime) = 11.5 H

- Resistência do Anel de Curto-Circuito = $3,0 \cdot 10^{-4}$ ohms

c) Parâmetros Magnéticos - Curva de Magnetização do Ferro

A curva usada no caso CC é válida para o caso CA.

d) Parâmetros de Avaliação de Desempenho

- Corrente de Partida = 0.38 - 0.46 A

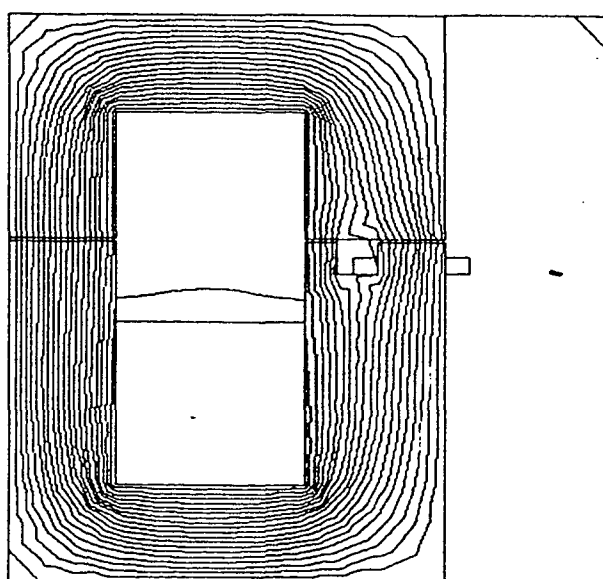
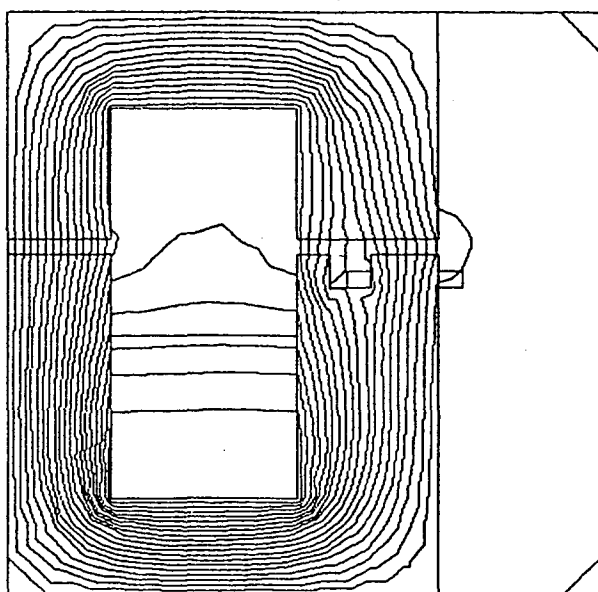
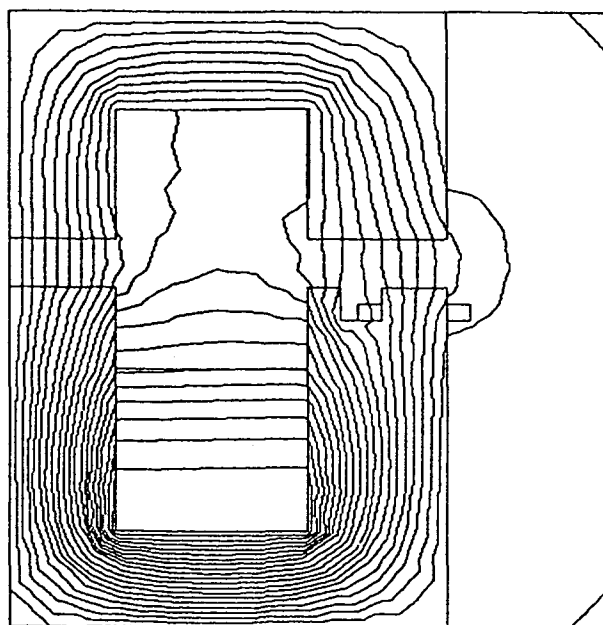
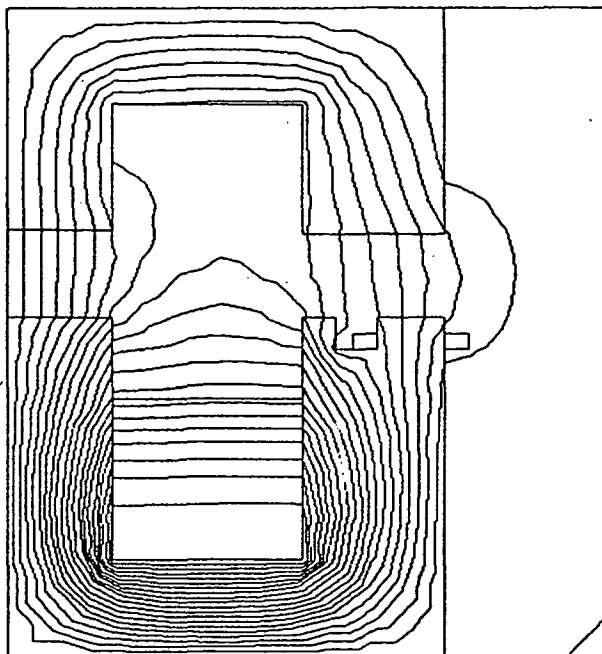
- Corrente de Regime Permanente = 0.028 - 0.052 A

- Tensão de Operação = 143 - 169 VCA

- Tempo de Fechamento = 10 - 25 ms

e) Resultados obtidos pelo Software "EFCAD"

- Mapas de Campo



- Grandezas Calculadas Máximas (Regime)

1) Força

Força X Obtida= $-.2728E+04$ N/m $|FT| = 27,28 \times 2 = 54,56$ N
 Força Y Obtida= $-.6251E+01$ N/m

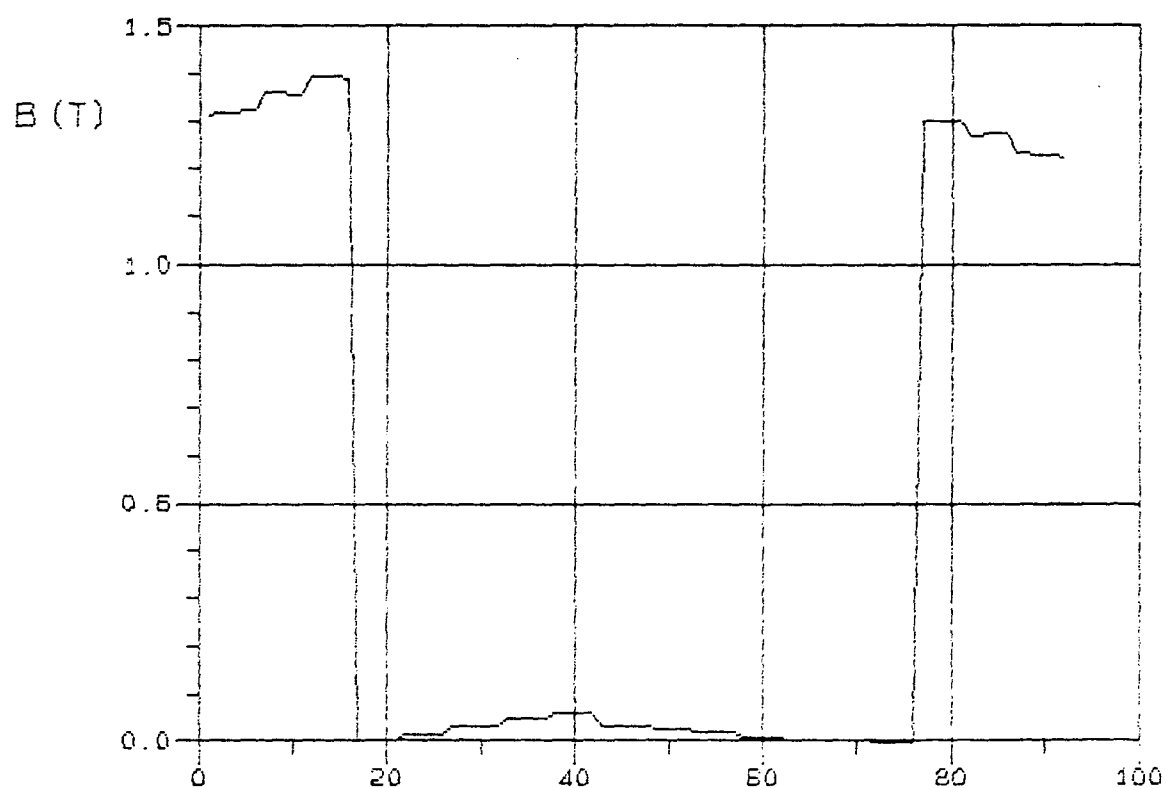
2) Indutância

Numero Espiras Regiao 4 =4850

LT = 10,31 H

Reg- 4 Corrente/esp= $.5000E-01$ Indutancia= $.5156E+03$ H/m

3) Densidade de Fluxo - Gráfico



f) Resultados obtidos pelo Programa Computacional (variável x tempo)

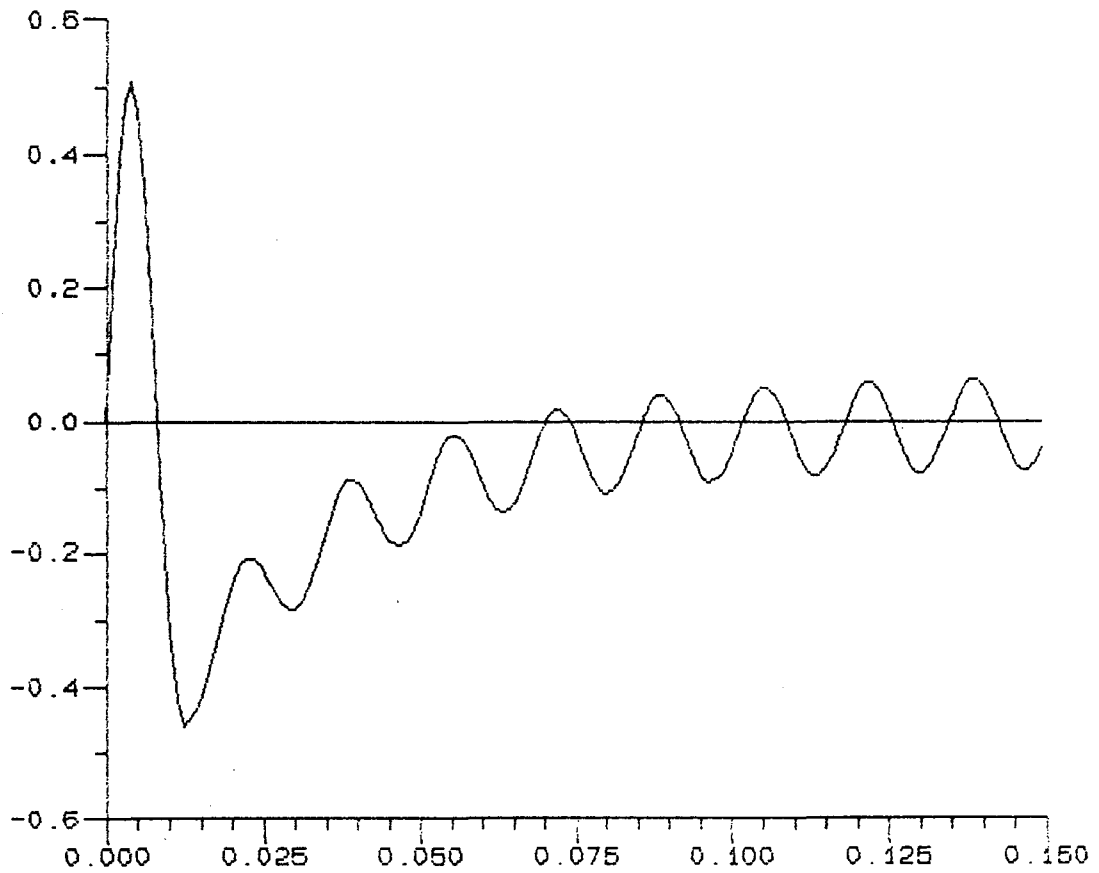


Gráfico 1 - Corrente de Partida x t

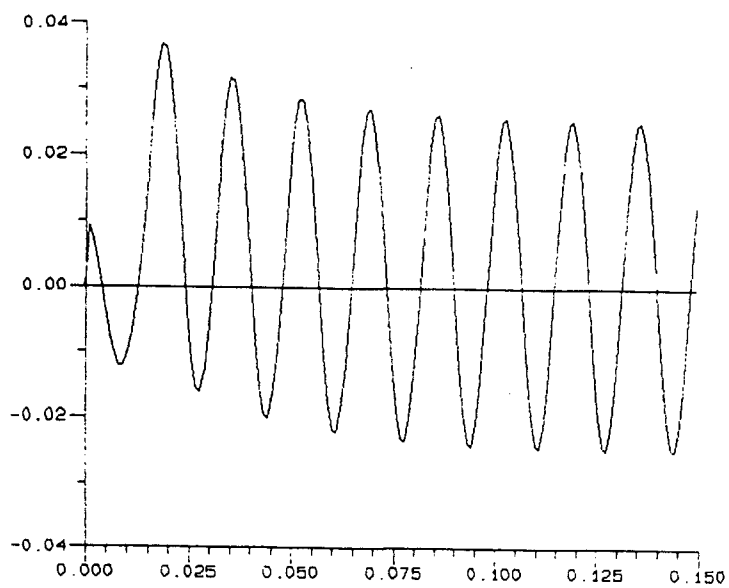


Gráfico 2 - Corrente do Anel x t

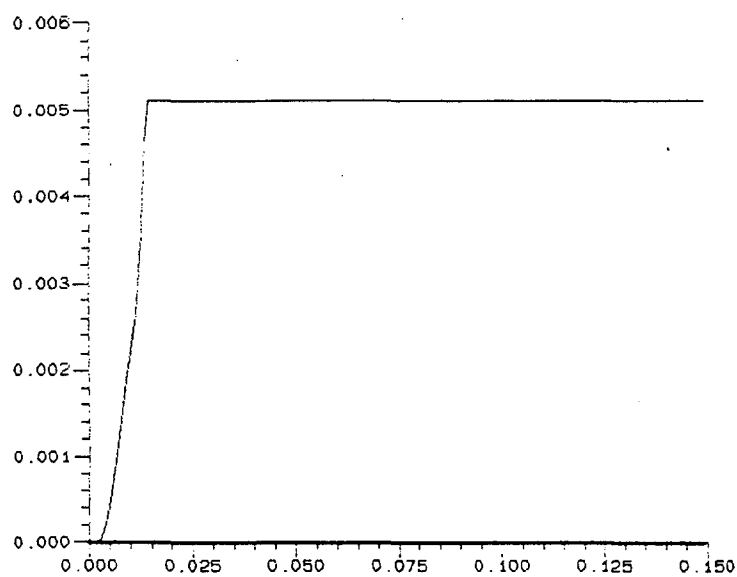


Gráfico 3 - Deslocamento x t

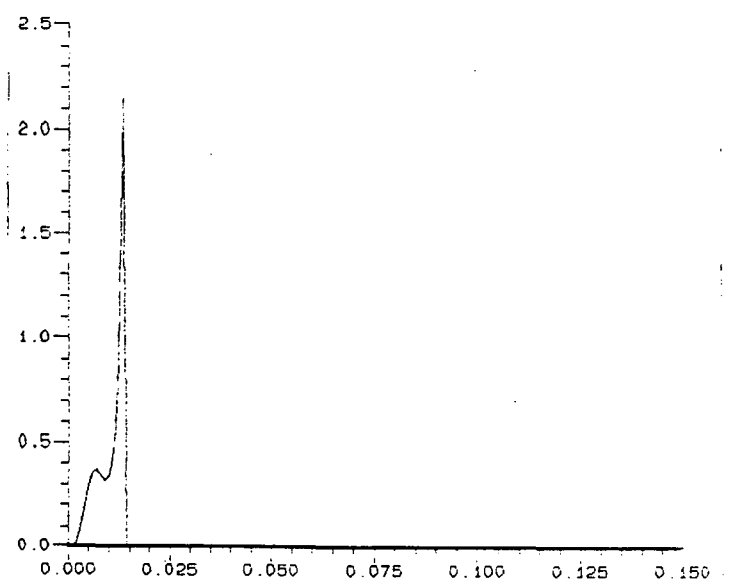


Gráfico 4 - Velocidade x t

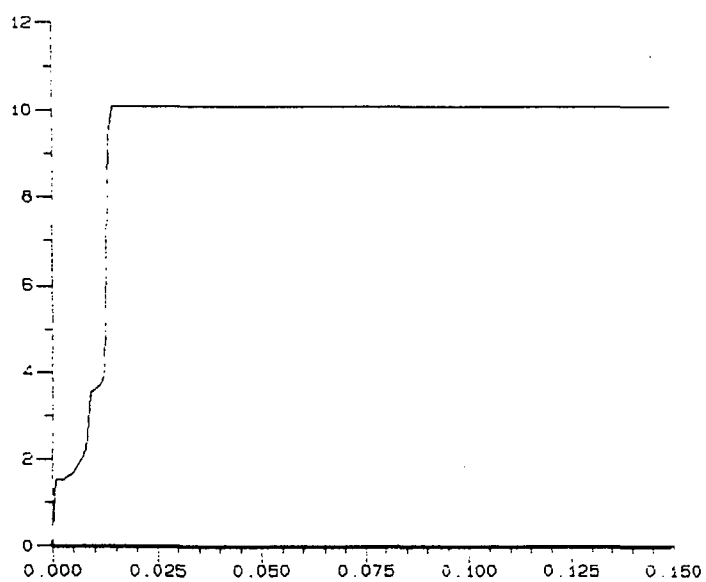


Gráfico 5 - Força Mecânica Total x t

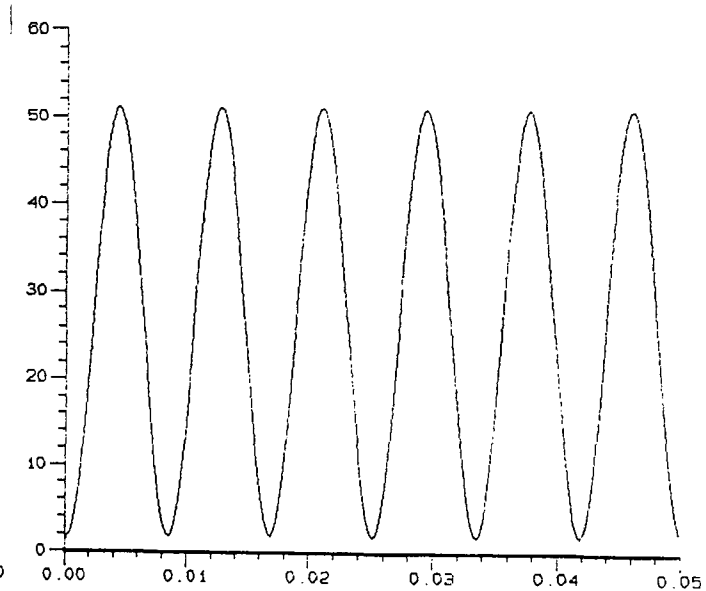


Gráfico 6 - Força Magn.Total (simetria) x t

g) Resultados obtidos experimentalmente

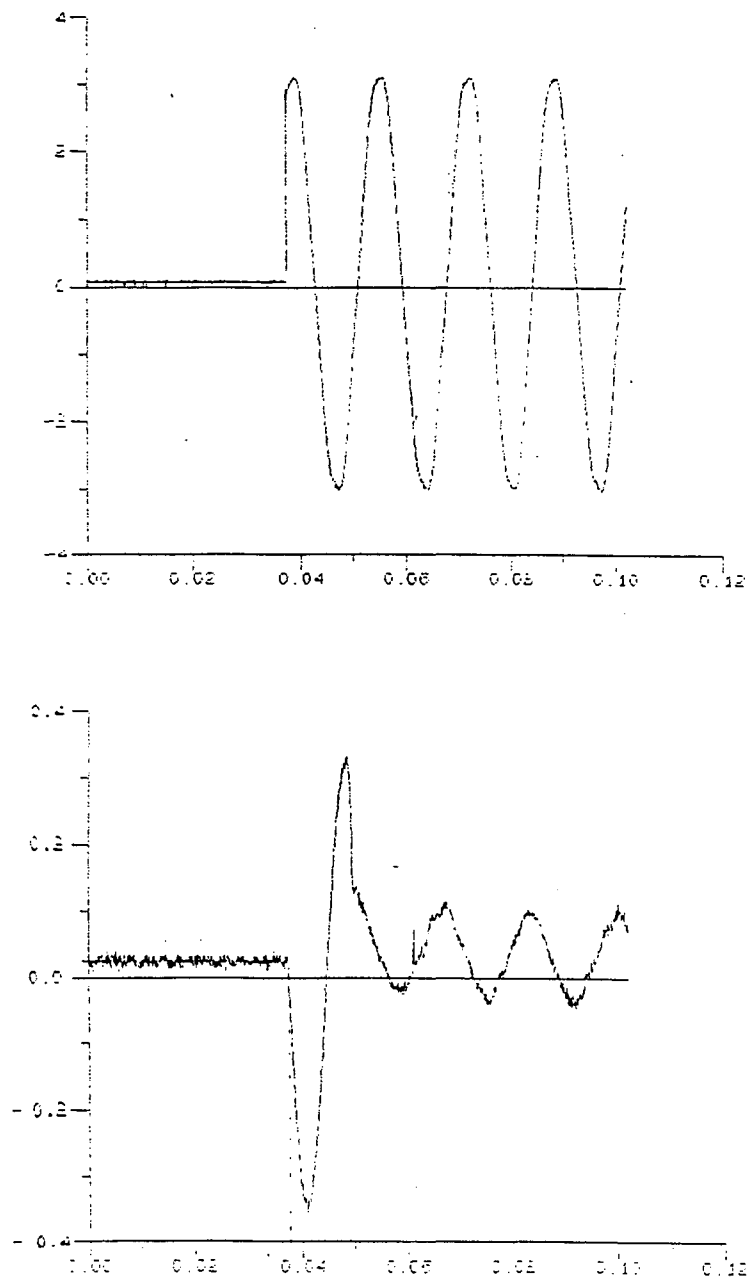


Gráfico 1 - Tensão aplicada x t Gráfico 2 - Corrente de Partida / Regime x t

h) Comparação dos Resultados

No ensaio do Contator CA, o ângulo inicial da tensão aplicada foi considerado aproximadamente igual a 45° .

O quadro 2 apresenta a comparação dos resultados.

Quadro 2

220 VCA	I_p (A)	I reg. (A)	V oper. (V)	Tf(ms)	L(H)	B(T)	F(N)
FABRIC	0.38-0.46	0.028-0.052	143 - 169	10-25	11.5	1.31	-
ENSAIO	0.38	0.048	150	13.5	-	-	-
MODELO	0.45	0.054	150	12.3	9.84	1.30	50.7
EFCAD	-	-	-	-	10.3	1.36	54.5

Os resultados são satisfatórios, tendo a simulação do modelo atingido valores um pouco superiores. Esses resultados demonstram a necessidade de se obter a cada instante os parâmetros exatos do sistema (indutâncias), de forma que o cálculo da força eletromagnética seja mais preciso, e por conseguinte, todos os outros parâmetros de avaliação. Da mesma forma que no caso CC, o desalinhamento das faces dos polos durante o deslocamento provoca uma diminuição da força eletromagnética (dispersão de fluxo maior), acarretando em um tempo maior de fechamento.

O funcionamento em regime permanente caracteriza a performance do equipamento, considerando as possíveis vibrações provocadas pela componente alternada da força. Nos capítulos 5 e 6, foi apresentado o método usado para a determinação do ângulo de defasamento entre os fluxos que promovem a força resultante no polo do anel (circuito equivalente).

Por esse método, a partir dos parâmetros conhecidos, obteve-se um ângulo de aproximadamente 20° , resultando uma força eletromagnética com uma componente alternada mínima maior que zero. Observa-se, para o caso, que por um intervalo de tempo a força mecânica é maior que a força eletromagnética. Entretanto, como o intervalo de tempo em que isso acontece é muito pequeno, e devido a inércia do sistema, verifica-se, a partir do cálculo da equação do movimento, que o deslocamento da parte móvel é mínimo, não ocorrendo assim as vibrações.

CAPÍTULO 8

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

O trabalho teve como objetivo reunir informações relativas aos aspectos operacionais e construtivos de Contatores CC e CA, no que tange ao comportamento magnético, especialmente, avaliação do funcionamento em regime transitório. Para isto, foi desenvolvido uma metodologia de análise dinâmica e de regime permanente, que pode ser usada como apoio ao projeto, com vistas à otimização desses equipamentos.

De um modo geral, os resultados obtidos são satisfatórios. A boa adequação dos modelos matemáticos foi constatada, mediante a comparação entre os resultados numéricos e experimentais.

Ao término deste trabalho, tendo conseguido desenvolver uma ferramenta de análise de comprovada eficiência, faz-se uma análise global, podendo-se destacar as seguintes conclusões:

a) sobre a Metodologia empregada:

Desenvolveu-se no trabalho uma metodologia de análise de grande potencial, que engloba:

- A simulação gráfica da influência das partes constituintes do Contator, através dos mapas de distribuição de fluxo magnético, obtido graças ao Software de Cálculo de Campos Elétricos e Magnéticos "EFCAD".

- A reprodução do comportamento dinâmico dos fluxos na estrutura magnética, através de curvas ajustadas pelo método dos Mínimos Quadrados, utilizando-se diversas posições da parte móvel do núcleo (cálculo das indutâncias do circuito equivalente).

- Um alto coeficiente de correlação no ajustamento das curvas, contribuindo para uma boa reprodução dos fluxos na simulação, garantindo a utilização deste método.

- A utilização de um circuito equivalente para análise em regime transitório e permanente de Contatores CA, permitindo a determinação do ângulo de defasamento entre os fluxos na face do polo do anel.

- O método numérico de Runge-Kutta de quarta-ordem, sendo que o mesmo se revelou bastante apropriado, para a resolução das equações diferenciais que constituem os circuitos equivalentes nas simulações. Entretanto, recomenda-se especial atenção e cuidado com possíveis problemas de

instabilidade numérica que podem ocorrer com intervalos de integração maiores que 10^{-5} segundos. Esse problema pode ser resolvido, na maioria dos casos, com a diminuição do intervalo de integração.

b) sobre os Programas Computacionais Implementados:

- Os programas tais como foram estruturados, mostram-se bastante práticos e versáteis para absorverem modificações no que dizem respeito à entrada e saída de dados, bem como outros cálculos de desempenho.

c) sobre a Contribuição Técnico-Científica do trabalho:

O trabalho sob o aspecto informacional, reúne grande número de subsídios para projeto e análise de Contatores CC e CA.

Sob o aspecto da ferramenta de análise, a metodologia adotada permitiu obter-se bons resultados, comprovados experimentalmente.

Apesar da Literatura sobre os procedimentos de projeto e análise desses equipamentos ser escassa, através do estudo dos princípios básicos e dos fenômenos envolvidos, bem como da metodologia proposta, considera-se ter contribuído para o domínio operacional dos mesmos.

d) sobre a continuidade do trabalho

Os aspectos tecnológicos relativos ao tema são vastos, de forma que não foram esgotados. Como continuidade do trabalho, aponta-se os seguintes tópicos a serem abordados.

- Implementação no cálculo, do processo de desligamento e seus efeitos magnéticos.

- Estudo sobre novas geometrias, construção de protótipos, com vistas à otimização desses equipamentos.

- Estudo sobre os efeitos da extinção do arco sobre os contatos, câmaras de extinção de arco e pesquisa de novos tipos de materiais.

- Estudo de Ricocheteio.

- Estudo dinâmico através do método de Elementos Finitos, alimentado em tensão, com modificação automática da malha.

CAPÍTULO 9

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] V. GOURISHANKAR, "Conversión de Energia Electromecânica", Representaciones y Servicios de Ingenieria S.A. - México, 1975.
- [2] JAIME FEINSTEIN, "Teoria dos Sistemas de Controle - Enfoque por Variáveis de Estado", Editora Campus Ltda / EFEI ,1979 - RJ
- [3] E.E.STAFF - M.I.T., "Magnetic Circuits and Transformers", John Wiley & Sons, Inc - New York, 1970.
- [4] J.P.A. BASTOS, "Eletromagnetismo e Cálculo de Campos", Florianópolis, Editora da UFSC, 1989 - SC
- [5] T.NAKATA, N.TAKAHASHI, "Direct Finite Element Analysis of Flux and Current Distributions under specified conditions", 1982 - IEEE Transations on Magnetics, USA.
- [6] B.Davat, Z.Ren, M.Lajoie-Mazenc, "The Movement in Field Modeling", 1985, Compumag, Fort Collins, USA.
- [7] GIANFRANCO FIGINI, "Eletrônica Industrial", Editora Hemus - São Paulo.
- [8] ENCICLOPÉDIA CEAC DE ELETRICIDAD, "Manobra, Mando y Control Eléctricos", Ediciones Ceac S.A, Barcelona - Espanha.
- [9] H.C.ROTTERS, "Electromagnetic Devices", John Wiley & Sons, Inc - New York - 1970.
- [10] VALTER RIES, "Apostila Disciplina Máquinas Elétricas", UFRGS, POA - 1982.
- [11] AURIO GILBERTO FALCONI, "Eletromecânica", Editora Edgard Blucher Ltda, 1979 - São Paulo.
- [12] A.MARTIGNONI, "Eletrotécnica", Porto Alegre, Editora Globo - 1985.
- [13] PAUL C. KRAUSE, "Analysis of Electric Machinery", McGraw-Hill - 1986, USA.
- [14] L. C. BARROSO, M. M. BARROSO, E. F. CAMPOS, M. L. B. CARVALHO, M. L. MAIA , "Cálculo Numérico", Editora Harbra, 1987.